

Novos desenvolvimentos na modelação de turbulência para fluidos viscoelásticos

Dissertação apresentada com vista à obtenção do grau de Mestre em
Fundamentos e Aplicações de Mecânica dos Fluidos pela
Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Pedro Miguel Rebelo Resende

Dissertação realizada sob a supervisão de
Professor Doutor Fernando Manuel Coutinho Tavares de Pinho

20 de Janeiro de 2005

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu orientador Professor Fernando Pinho pelo seu empenho e apoio incondicional na concretização desta tese, contribuindo para a minha evolução com a partilha dos seus conhecimentos e experiências. Pela sua dedicação sem retorno, pois onde aparecia o desespero surgia sempre uma esperança.

Quero exprimir os meus agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram para a realização desta tese através dos seus conselhos e ideias.

Finalmente, pelos momentos mais atormentados, quero agradecer a compreensão, o apoio emocional sem limites, o carinho que foi demonstrado pelos meus pais, e esposa?

Resumo

Fluidos viscoelásticos estão presentes em muitos processos industriais e em escoamentos sob condições turbulentas. A vantagem da utilização de fluidos viscoelásticos em escoamentos turbulentos, pode ser observada no transporte de fluidos a longas distâncias e no aquecimento e refrigeração de sistemas, devido á sua redução do arrasto. Por isso é necessário desenvolver modelos de turbulência que possam ser utilizados em projectos de engenharia. Existem actualmente alguns modelos que são capazes de simular com precisão quantidades relevantes, mas infelizmente eles são restritos a um tipo de fluido e a determinadas condições. Recentemente, um modelo turbulento do tipo $k-\varepsilon$ para baixos números de Reynolds, de carácter mais abrangente, foi proposto por Pinho [1] e Cruz e Pinho [2] e que é optimizado e melhorado nesta tese.

Neste trabalho esse modelo é modificado pela inclusão da tensão pseudo-elástica na equação da quantidade de movimento, que tinha sido inicialmente desprezada. Especificamente, a tensão pseudo-elástica quantifica a relação entre as flutuações da viscosidade e as flutuações da taxa de deformação, e a sua inclusão no modelo melhorou as previsões da energia cinética de turbulência (k^+), embora haja uma ligeira deterioração na previsão do coeficiente de fricção para alguns dos fluidos viscoelásticos testados.

Numa segunda parte, uma versão anisotrópica do modelo turbulento para baixos números de Reynolds, foi também desenvolvido e o seu desempenho comparado com valores experimentais para escoamentos completamente desenvolvidos em conduta para as mesmas soluções poliméricas. As previsões do factor de fricção, velocidade média e a energia cinética de turbulência são ligeiramente melhorados em relação ao anterior modelo isotrópico (primeira parte), mas a principal vantagem deste modelo anisotrópico é a sua capacidade de prever separadamente as componentes do tensor de Reynolds, mostrando o aumento da anisotropia das suas componentes normais, que ocorrem na presença de redução de arrasto polimérica.

Do desenvolvimento desta tese originaram os seguintes artigos: Cruz et al. [3] e Resende et al. [4].

Summary

Viscoelastic fluids are present in many industrial process and flow under turbulent flow conditions. Examples where turbulent flows of viscoelastic fluids are an advantage are fluid transportation in long pipes and heating and cooling systems because of their lower drag. Therefore, it is necessary to develop adequate turbulence models that can be used to solve engineering problems. Today few models exist which are capable of predicting relevant quantities with reliability and usually they are restricted to one type of fluid and flow conditions. Recently, Pinho [1] and Pinho and Cruz [2] proposed a more general low Reynolds number k - ε turbulence model that has been improved in this work.

The improvements of the model were carried in two phases: initially the inclusion and modeling of a new stress in the momentum equation, which was previously neglected and quantifies the cross-correlation between the fluctuating viscosity and the fluctuating rate of strain. With this new stress, the predictions of turbulent kinetic energy (k^+) in drag reducing pipe flow are significantly improved at the cost of a slight deterioration in the predictions of other quantities for some of the fluids tested.

In the second part of this work, an anisotropic low Reynolds number k - ε turbulence model was developed and its performance compared with experimental data for fully-developed pipe flow of the same polymer solutions. The predictions of friction factor, mean velocity and turbulent kinetic energy are slightly improved over those of the previous isotropic model (first part of this work), but the main advantage is the capacity to predict the enhanced anisotropy of Reynolds normal stresses that accompanies polymer drag reduction in turbulent flow.

From this work the following journal publications have been prepared: Cruz et al. [3] and Resende et al. [4].

Índice

| | |
|---|-------------|
| Agradecimentos..... | I |
| Resumo..... | III |
| Summary..... | V |
| Índice das figuras | IX |
| Índice das tabelas | XV |
| Nomenclatura | XVII |
| | |
| 1 Introdução e contribuição desta tese..... | 1 |
| 1.1 Enquadramento e contribuição | 3 |
| 1.2 Revisão bibliográfica | 5 |
| | |
| 2 Reologia das soluções diluídas de polímeros | 13 |
| 2.1 Comportamentos reológicos | 15 |
| 2.2 Propriedades dos fluidos | 23 |
| 2.3 Equações constitutivas | 30 |
| 2.4 Modelo constitutivo utilizado | 33 |
| | |
| 3 Equações governativas e modelo de turbulência | 37 |
| 3.1 Equações de transporte | 39 |
| 3.2 Modelação das equações de transporte | 44 |
| | |
| 4 Modelação da tensão pseudo-elástica..... | 51 |
| | |
| 5 Modelo anisotrópico para as tensões de Reynolds | 59 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6 | Resultados e discussão do modelo da tensão pseudo-elástica..... | 73 |
| 6.1 | Efeito da tensão pseudo-elástica | 76 |
| 6.2 | Desempenho do modelo noutros fluidos | 85 |
| 6.3 | Comparação com resultados de simulações DNS | 92 |
| 7 | Resultados e discussão do modelo anisotrópico..... | 99 |
| 7.1 | Fluidos newtonianos..... | 101 |
| 7.2 | Fluidos não-newtonianos..... | 105 |
| 7.2.1 | Casos teóricos..... | 106 |
| 7.2.2 | Comparações com dados experimentais | 117 |
| 8 | Conclusões e sugestões de trabalho futuro..... | 127 |
| 8.1 | Conclusões | 129 |
| 8.2 | Sugestões para um trabalho futuro | 131 |
| | Bibliografia | 133 |

Índice das figuras

| | |
|--|----|
| Fig. 1. Comportamentos característicos de fluidos não-newtonianos: Variação da tensão em função da velocidade de deformação..... | 16 |
| Fig. 2. Comportamento característico de um fluido não-newtoniano reo-fluidificante: Variação da viscosidade em função da velocidade de deformação..... | 17 |
| Fig. 3. Comportamentos característicos de fluidos não-newtonianos: Variação da viscosidade em função do tempo. | 18 |
| Fig. 4. Variação da viscosidade de corte em função da taxa de corte para as soluções poliméricas, Escudier et al. [29]: o 0.25% CMC, • 0.09% CMC / 0.09% XG, Δ 0.2% XG, + 0.125% PAA. | 25 |
| Fig. 5. Características viscoelásticas de concentrações de soluções poliméricas, Escudier et al. [29]: (a) CMC; (b) XG; (c) CMC/XG; (d) 0.125% PAA..... | 28 |
| Fig. 6. Primeira diferença da tensão normal para as diferentes soluções poliméricas utilizadas, Escudier et al. [29]..... | 29 |
| Fig. 7. Variação da viscosidade extensional em função da taxa de deformação para as soluções poliméricas, Escudier et al. [29]: o 0.25% CMC, • 0.09% CMC / 0.09% XG, Δ 0.2% XG, + 0.125% PAA. | 30 |
| Fig. 8. Comparação entre o lado direito (linhas grossas) e o lado esquerdo (linhas finas) da Eq. (86a) de realizabilidade para escoamento turbulento em condutas de água (curvas superiores) e de solução 0.125% PAA (curvas inferiores) para $Re=42900$: tracejado longo ($f_{n,3} = 1$), tracejado curto ($f_{n,3}$ pela Eq. (92)). | 68 |
| Fig. 9. Efeito das propriedades do fluido no valor máximo de $f_{n,2}$ para assegurar a realizabilidade: (a) Efeito de p ($n=1$ e $K_e=1$); (b) Efeito de K_e ($n=1$ e $p=1$); (c) Efeito de n ($p=1$ e $K_e=1$) (note-se aqui que a escala na abcissa é diferente)..... | 70 |

| | |
|--|----|
| Fig. 10. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica nas previsões do factor de fricção para a solução 0.125% PAA. ◦ valores experimentais de Escudier et al. [29]... | 78 |
| Fig. 11. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica nas previsões do perfil da velocidade média para a solução 0.125% PAA para $Re=42900$. ◦ valores experimentais de Escudier et al. [29]. | 78 |
| Fig. 12. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica nas previsões do perfil da energia cinética de turbulência para a solução 0.125% PAA para $Re=42900$. ◦ valores experimentais de Presti [22]: (a) normalização física; (b) normalização de parede. | 79 |
| Fig. 13. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica na distribuição radial das várias tensões de corte através da conduta em escoamentos de 0.125% PAA para $Re=42900$: (a) perfil radial; (b) ampliação da região junto à parede; (c) perfil em coordenadas de parede (para $C_0 > 0$ $-2\overline{\mu's_{ij}}$ é apresentada). | 82 |
| Fig. 14. Decomposição da tensão de corte para 0.125% PAA para $Re=42900$ com $C=70$ e $C_0=+3$: caso 1: de acordo com a Eq. (95); caso 2: de acordo com a Eq.(96). | 84 |
| Fig. 15. Previsões do escoamento de 0.25% CMC para $Re=1660$ com o modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$) e comparação com o modelo Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=+0.0$) e os valores experimentais: (a) factor de fricção; (b) perfil da velocidade média; (c) energia cinética de turbulência em coordenadas físicas; (d) energia cinética de turbulência em coordenadas de parede. | 87 |
| Fig. 16. Previsões do escoamento de 0.09% CMC / 0.09% XG para $Re=1660$ com o modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$) e comparação com o modelo Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=+0.0$) e os valores experimentais: (a) factor de fricção; (b) perfil da velocidade média; (c) energia cinética de turbulência em coordenadas físicas; (d) energia cinética de turbulência em coordenadas de parede. | 90 |

| | |
|--|-----|
| Fig. 17. Previsões do escoamento de 0.2% XG para $Re=1660$ com o modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$) e comparação com o modelo Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=+0.0$) e os valores experimentais: (a) factor de fricção; (b) perfil da velocidade média; (c) energia cinética de turbulência em coordenadas físicas; (d) energia cinética de turbulência em coordenadas de parede. | 92 |
| Fig. 18. Comparação entre as viscosidades permanentes para o modelo FENE-P de Dimitropoulos et al. [37] com $L=10$ e o modelo modificado GNF da Eq. (5): (a) viscosidade de corte; (b) viscosidade extensional. | 95 |
| Fig. 19. Comparação entre as previsões e os resultados das simulações de DNS de Dimitropoulos et al. [37] usando o modelo FENE-P com $L=10$: (a) perfil da velocidade média em coordenadas de parede; (b) perfil da energia cinética de turbulência. | 97 |
| Fig. 20. Variação do factor de fricção de Darcy com o número de Reynolds para escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos: Δ Durst et al. [48], \circ previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, \times previsões do modelo anisotrópico. | 102 |
| Fig. 21. Perfis da velocidade média axial de escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos para $Re=7430$ em coordenadas de parede: \circ Durst et al. [48], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha sólida - previsões do modelo anisotrópico. | 103 |
| Fig. 22. Perfis da energia cinética de turbulência de escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos para $Re=7430$ em coordenadas de parede: \circ Durst et al. [48], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha sólida - previsões do modelo anisotrópico. | 104 |
| Fig. 23. Perfis das tensões de Reynolds normais normalizadas num escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos para | |

| | |
|--|-----|
| Re=7430 em coordenadas de parede: Símbolos (o u'^+ , \square v'^+ , Δ w'^+) Durst et al. [48], Linhas sólida - previsões do modelo anisotrópico..... | 105 |
| Fig. 24. Previsões do factor de fricção de Darcy (símbolos) para fluidos lei de potência e comparação com a correlação de Dodge e Metzner (1959) (corrigido na página 212 de Skelland, 1967). | 106 |
| Fig. 25. Previsões da distribuição da velocidade média axial em coordenadas de parede generalizadas (símbolos) de fluidos lei de potência para $Re_g = 68500$ e comparação com a correlação de Dodge e Metzner (1959) (corrigido na página 212 de Skelland, 1967). | 107 |
| Fig. 26. Previsões da distribuição anisotrópica das tensões de Reynolds normais de fluidos lei de potência para $Re_g = 68500$: (a) b_{xx} ; (b) b_{rr} ; (c) $b_{\theta\theta}$ | 110 |
| Fig. 27. Previsões da distribuição anisotrópica das tensões de Reynolds normais normalizadas em coordenadas de parede de fluidos lei de potência para $Re_g = 68500$: (a) u'_{xx}^+ ; (b) u'_{rr}^+ ; (c) $u'_{\theta\theta}^+$ | 111 |
| Fig. 28. Previsões do factor de fricção de Darcy (símbolos) de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton ($n=1$ e $K_e=1$) em escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos em conduta. | 112 |
| Fig. 29. Previsões da distribuição da velocidade média axial (símbolos) de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton ($n=1$ e $K_e=1$) em escoamentos turbulentos em conduta para $Re=47700$ | 113 |
| Fig. 30. Previsões da distribuição anisotropia das tensões de Reynolds normais de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton para $Re=47700$: (a) b_{xx} ; (b) b_{rr} ; (c) $b_{\theta\theta}$ | 115 |
| Fig. 31. Previsões da distribuição anisotropia das tensões de Reynolds normais normalizadas em coordenadas de parede de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton para $Re=47700$: (a) u'_{xx}^+ ; (b) u'_{rr}^+ ; (c) $u'_{\theta\theta}^+$ | 116 |
| Fig. 32. Previsões do factor de fricção de Darcy de escoamento turbulento completamente desenvolvido em conduta com 0.125% PAA: \times Escudier et | |

| | |
|---|-----|
| al. [29], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha contínua - previsões do modelo anisotrópico. | 118 |
| Fig. 33. Previsões da velocidade média axial de escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$: \times Escudier et al. [29], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha contínua - previsões do modelo anisotrópico..... | 118 |
| Fig. 34. Previsões da energia cinética de turbulência de escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$: \times Presti [22], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha contínua - previsões do modelo anisotrópico..... | 119 |
| Fig. 35. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico. | 120 |
| Fig. 36. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico..... | 120 |
| Fig. 37. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.25% CMC para $Re=16600$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico..... | 121 |
| Fig. 38. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.25% CMC para $Re=16600$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico. | 122 |
| Fig. 39. Comparação entre os dados experimentais (Escudier et al. [29]) e previsões (modelo da tensão pseudo-elástica; modelo anisotrópico) do factor de fricção | |

| | |
|--|-----|
| de Darcy para escoamento completamente desenvolvido em conduta com 0.2% XG e 0.09% CMC / 0.09% XG (mistura): Escudier et al. [29] (\times 0.2% XG, + mistura); Δ 0.2% XG (Aberto – modelo da tensão pseudo-elástica, Fechado – modelo anisotrópico); \square Mistura (Aberto – modelo da tensão pseudo-elástica, Fechado – modelo anisotrópico)..... | 123 |
| Fig. 40. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.2% XG para $Re=39000$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico. | 123 |
| Fig. 41. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.2% XG para $Re=39000$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico. | 124 |
| Fig. 42. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.09% CMC / 0.09% XG para $Re=45200$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico. | 125 |
| Fig. 43. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.09% CMC / 0.09% XG para $Re=45200$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): \circ u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico..... | 125 |
| Fig. 44. Previsões do factor de fricção de Darcy para diferentes diâmetros em escoamento turbulento completamente desenvolvido em conduta com 0.125% PAA: \circ diâmetro 0.1004 m, \square diâmetro 0.1504 m, Δ diâmetro 0.0504 m..... | 126 |

Índice das tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Parâmetros do modelo Cross a 20°C, Escudier et al. [29]. | 25 |
| Tabela 2 – Parâmetros da lei da viscosidade das Eq. (42)-(45) usados para ajustar aos dados experimentais da viscosidade de Escudier et al. [29]..... | 47 |
| Tabela 3 – Parâmetros do modelo $k-\varepsilon$ para baixos números de Reynolds sem a tensão pseudo-elástica..... | 50 |
| Tabela 4 – Parâmetros usados no modelo anisotrópico..... | 64 |
| Tabela 5 – Alguns resultados das simulações para o caso de DNS de Dimitropoulos et al. [37] usando o modelo FENE-P com $L=10$ ($DR=15\%$). | 96 |

Nomenclatura

Variáveis latinas

- A_s função do modelo anisotrópico
- A^+ parâmetro de Van Driest, $A^+ = 26.5$
- A_ε parâmetro do modelo turbulento
- b tensor anisotrópico
- B parâmetro na Eq.
- C parâmetro do modelo turbulento de f_μ
- C_0 parâmetro do modelo turbulento anisotrópico
- $\tilde{C}, C_\mu, C_{\varepsilon_1}, C_{\varepsilon_2}, C_{\varepsilon_4}$ parâmetros do modelo turbulento isotrópico
- DR intensidade da redução do arrasto
- f factor de fricção de Darcy
- $f_{n,i}$ funções correctivas não-newtonianas do modelo anisotrópico com $i = 1, 2, 3$
- f_{s1}, f_{s2} funções de amortecimento do modelo turbulento anisotrópico
- f_t função de amortecimento da difusão turbulenta de k e $\tilde{\varepsilon}$
- f_v função de amortecimento da viscosidade molecular, $f_v = f_\mu$
- f_μ função de amortecimento da viscosidade turbulenta
- $f_{\mu 2}, f_w$ função de amortecimento do modelo anisotrópico
- f_1, f_2 funções de amortecimento da equação de $\tilde{\varepsilon}$
- g função do modelo anisotrópico
- H metade da altura do canal
- k energia cinética de turbulência
- K_e índice de consistência da lei ajustada à razão de Trouton

| | |
|----------------|---|
| K_v | índice de consistência da viscosidade de corte |
| L | parâmetro de extensibilidade do modelo FENE-P |
| m | parâmetro definido na Eq. |
| m_c | expoente do modelo Cross |
| n | índice de potência da viscosidade de corte |
| N_1 | primeira diferença da tensão normal |
| \bar{p} | pressão média |
| p | expoente da lei ajustada à razão de Trouton |
| P_i | funções do modelo turbulento anisotrópico com $i = 1, 2$ |
| r | coordenada radial |
| R | raio da conduta |
| Re_g | número de Reynolds generalizado |
| Re | número de Reynolds |
| Re_{ap} | número de Reynolds baseado na viscosidade aparente |
| R_T | número de Reynolds turbulento |
| S | invariante do tensor da taxa de deformação |
| S_B | parâmetro do modelo turbulento anisotrópico |
| S_W | velocidade de deformação modificada do modelo turbulento anisotrópico |
| s_{ij} | tensor das flutuações da taxa de deformação |
| \bar{S}_{ij} | tensor da taxa de deformação média |
| S^* | segundo invariante do tensor de S_{ij}^* |
| t | tempo |
| u | velocidade média local |
| u_i | vector da velocidade segundo a coordenada x_i |
| U | velocidade média axial |
| u_τ | velocidade de fricção |

u_R velocidade turbulenta característica

W_{ij} tensor médio de rotação

W^* segundo invariante do tensor W_{ij}

$-\overline{\rho uv}$ tensão de corte de Reynolds

$-\overline{u_i u_j}$ tensor das tensões de Reynolds

x coordenada axial

y distância da parede

y^+ coordenada de parede

Variáveis gregas

$\tilde{\alpha}_i$ parâmetro do modelo turbulento anisotrópico

$\tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{\beta}_{2,wall}, \tilde{\beta}_{3,wall}$ coeficientes da relação tensão - deformação

δ_{ij} símbolo de Kronecker

ε taxa de dissipação da energia cinética de turbulência

$\tilde{\varepsilon}$ taxa de dissipação da energia cinética de turbulência modificada

$\dot{\varepsilon}$ invariante da taxa de deformação normal (média temporal)

$\dot{\varepsilon}'$ invariante da taxa de deformação normal (flutuação)

$\dot{\gamma}$ invariante da taxa de deformação de corte (média temporal)

$\dot{\gamma}'$ invariante da taxa de deformação de corte (flutuação)

η parâmetro / função do modelo anisotrópico

η_e viscosidade extensional ou elongacional

η_s viscosidade do solvente e parâmetro do modelo turbulento

η_v viscosidade de corte (viscométrica)

λ parâmetro do modelo Cross

ν_T viscosidade turbulenta

| | |
|----------------------|---|
| μ | viscosidade molecular ou viscosidade do modelo Cross |
| $\bar{\mu}$ | viscosidade molecular média |
| $\bar{\mu}_h$ | viscosidade molecular média para elevados números de Reynolds |
| ρ | densidade do fluido |
| σ_ε | parâmetro turbulento de Prantl para ε |
| σ_{ij} | tensor das tensões |
| σ_k | parâmetro turbulento de Prantl para k |
| τ | tensão de corte |
| ξ | parâmetro / função do modelo anisotrópico |

Índices inferiores

| | |
|----------|---|
| 0 | refere a taxa de deformação de corte nula |
| ∞ | refere a taxa de deformação de corte infinita |
| w | baseado em condições de parede |

Índices superiores

| | |
|---|--|
| + | designa quantidades adimensionalizadas com coordenadas de parede |
| ' | designa quantidades flutuantes |

Capítulo 1

Introdução e contribuição desta tese

1.1 Enquadramento e contribuição

A redução do arrasto de fluidos viscoelásticos foi referida pela primeira vez por Toms em 1949. No seu trabalho usaram-se soluções diluídas de polímero de elevado peso molecular, num solvente newtoniano, tendo-se medido a relação entre a perda de carga e o caudal em escoamento turbulento em condutas. Desde essa altura o fenómeno tem atraído a atenção de muitos investigadores empenhados em descobrir os mecanismos que levam ao fenómeno, devido ao seu potencial em aplicações práticas de engenharia, tais como em sistemas de aquecimento e arrefecimento comunitário ou de transporte de fluidos a longas distâncias. Por exemplo, no oleoduto do Alaska injecta-se polímero para aumentar o débito no transporte de petróleo.

Vários investigadores caracterizaram fenomenologicamente o escoamento de fluidos não-newtonianos em regime turbulento. Por exemplo: Dodge e Metzner [5] desenvolveram uma correlação para prever o perfil de velocidade médio e a perda de carga para fluidos puramente viscosos do tipo reo-fluidificante; Metzner e Park [6] estudaram fluidos viscoelásticos e mediram uma redução do arrasto mais intensa em relação a fluidos inelásticos, observando também uma supressão da turbulência naqueles escoamentos; Virk [7] demonstrou que a redução do arrasto das soluções poliméricas provoca um desvio positivo nos perfis da velocidade média, em coordenadas de parede, em relação à lei logarítmica newtoniana. Ele deduziu, em 1967, as duas assíptotas máximas da redução do arrasto, quer em termos do coeficiente de fricção, quer em termos de perfis de velocidade em coordenadas de parede (assíptota de Virk). Estes e outros esforços nos anos 60 e 70 do século XX permitiram uma descrição fenomenológica completa da redução do arrasto, tendo sido propostas várias teorias para explicar o fenómeno. As primeiras revisões bibliográficas extensas sobre o tema datam desse período, (Hoyt [8] e Virk [9]), tendo sido actualizadas na obra de Gyr e Bewersdorff [10].

A necessidade de possuir ferramentas de cálculo numérico para aplicações de engenharia comuns, levou ao aparecimento dos primeiros modelos turbulentos para fluidos não-newtonianos, nos anos 70. Por exemplo: Mizushima et al. [11], Durst e Rastogi [12] e Poreh e Hassid [13] e [14]. Estes modelos eram muito limitados, visto que não se baseavam numa equação constitutiva e dependiam de parâmetros que mudavam consoante o tipo de geometria e fluido. Outra ferramenta de cálculo numérico é a simulação numérica directa (DNS), que tem a vantagem de ser mais precisa por não necessitar de modelação para resolução das equações. Contudo, o seu elevado esforço computacional, não recomenda a sua aplicação directa a problemas de engenharia. Apesar disso, o DNS está a contribuir para o desenvolvimento dos modelos turbulentos através da apresentação detalhada da dinâmica do escoamento turbulento de fluidos viscoelásticos, Sureshkumar et al. [15], Dimitropoulos et al. [16], entre outros. Note-se que apesar da evolução nesta área, ainda não foi desenvolvido nenhum modelo turbulento com base num modelo reológico verdadeiramente viscoelástico do tipo diferencial ou integral.

Posteriormente foram desenvolvidos novos modelos de turbulência baseados em fechos do tipo $k-\varepsilon$ por Politis [17], Malin [18] e [19] e Cruz et al. [20], mas também limitados a fluidos inelásticos. Com o objectivo de ultrapassar essa limitação, Pinho [1] e Cruz e Pinho [2], desenvolveram um modelo de turbulência também baseado no fecho $k-\varepsilon$ para baixos números de Reynolds, utilizando agora como equação reológica uma versão modificada do modelo newtoniano generalizado para incluir alguns efeitos elásticos considerados relevantes para a redução do arrasto. Nesse modelo, alguns dos termos das equações da quantidade de movimento, energia cinética de turbulência e da dissipação, foram desprezados. Na primeira parte desta tese modela-se um desses termos que haviam sido desprezados (a tensão $2\overline{\mu' s_{ik}}$), melhorando assim as previsões do modelo original, em particular a distribuição da energia cinética de turbulência. Este termo, que correlaciona as flutuações da taxa de deformação com as da viscosidade, tem um efeito importante muito próximo da parede, embora de pequena amplitude, mas

modifica significativamente a cascata de energia pois actua como produtor de energia cinética de turbulência em toda a conduta.

A distribuição das tensões de Reynolds normais em escoamentos turbulentos em conduta de fluidos newtonianos é anisotrópica, efeito que aumenta quando os fluidos são viscoelásticos. Visto que no modelo anterior de Cruz e Pinho [2] a turbulência era simplisticamente considerada isotrópica, na segunda parte desta tese apresenta-se, pela primeira vez, um modelo $k-\varepsilon$ não linear para baixos números de Reynolds aplicado a fluidos viscoelásticos. Este modelo foi baseado no modelo $k-\varepsilon$ de Park et al. [21] para fluidos newtonianos e modificado para contabilizar fluidos viscoelásticos através de três funções correctivas viscoelásticas, conseguindo-se o efeito do aumento da anisotropia das tensões de Reynolds normais na simulação de fluidos viscoelásticos.

Os modelos de turbulência foram validados recorrendo a dados experimentais de Presti [22] referentes a escoamentos turbulentos desenvolvidos em condutas com fluidos viscoelásticos. No processo da validação verificou-se que os valores numéricos coincidiam com os experimentais, confirmando-se o aumento da anisotropia pela inclusão das funções viscoelásticas.

1.2 Revisão bibliográfica

Das várias teorias que foram desenvolvidas para explicar o fenómeno da redução do arrasto, algumas não prevaleceram. Uma das teorias iniciais, inicialmente formulada por Lumley [23], é ainda vista como fisicamente relevante, apesar de algumas mudanças e adaptações. O mecanismo proposto para a redução de arrasto era um aumento da viscosidade extensional junto à parede, causada pela deformação elongacional das moléculas através da turbulência. À medida que as moléculas são esticadas, a sua resistência à extensão aumenta, aumentando a viscosidade. A maior resistência à deformação extensional, por sua vez, interfere com os mecanismos de estiramento de vórtices e consequentemente com a cascata de energia, interferindo

assim profundamente nos mecanismos físicos da turbulência. Em escoamentos de corte estacionários no regime laminar, o alongamento e a rotação das moléculas ocorrem simultaneamente, por isso as moléculas não se encontram durante muito tempo sobre o campo de deformação e não são fortemente estiradas; todavia, sobre condições de turbulência, existem muitos instantes de alongamento sem rotação e as moléculas podem ser drasticamente alongadas. Note-se que estas teorias, desenvolvidas anteriormente, são especulativas porque nenhum dos autores logrou medir a viscosidade extensional dessas soluções em condições semelhantes às que ocorrem durante o escoamento turbulento.

A teoria ganhou suporte à medida que os resultados experimentais reuniam informação das taxas de deformação normais encontradas nos escoamentos de soluções poliméricas junto à parede, como nos estudos de Luchik e Tiederman [24], entre outros. De acordo com estes autores, a resistência das moléculas do fluido à deformação normal aumenta exponencialmente e não linearmente, com a taxa de deformação; este aumento da resistência à deformação normal interfere com a produção turbulenta e especialmente com os respectivos mecanismos da dissipação, aumentando também as dimensões dos turbilhões e a correspondente redução da sua frequência. Resumindo, esta fotografia fenomenológica sugere que é o entrelaçamento das cadeias poliméricas, quando estamos perante um escoamento turbulento de soluções poliméricas, que provoca um aumento da viscosidade elongacional do fluido interferindo na dinâmica da turbulência e reduzindo a fricção, devido ao alongamento e contracção das moléculas do polímero.

Um outro comportamento característico, descoberto em investigações experimentais de escoamentos entre placas paralelas, foi a redução drástica da tensão de Reynolds de corte. O observado défice da tensão de corte deve ser contabilizado pelo aparecimento de uma tensão de corte extra de origem elástica que, até à data, não foi medida directamente. Esta descoberta sugere uma nova dinâmica de turbulência envolvendo, entre outros, o acoplamento entre as flutuações da tensão elástica e as flutuações dos gradientes da velocidade. Isto foi confirmado pelas investigações de DNS de Massah e Hanratty [25] com o modelo FENE-P, que descobriu que a flutuação da tensão polimérica extra interage com a turbulência e o escoamento médio. Dentro de

certas condições o efeito é semelhante a um aumento da dissipação, tendo também alguma semelhança com o efeito da viscosidade anisotrópica nas tensões, e que contribui para a redução do arrasto. De facto, quando decomposta a tensão de corte em componentes da viscosidade, inércia e polimérica, a última pode assumir valores positivos ou negativos, isto é, pode actuar como produtor e dissipador da energia cinética de turbulência (ver também os recentes resultados experimentais de Ptasinski et al. [26]).

Outros estudos que contribuíram para um conhecimento mais profundo da física em escoamentos confinados por paredes, devido ao desenvolvimento das técnicas de diagnóstico ópticas, foram as experiências mais recentes de Pinho e Whitelaw [27], Pereira e Pinho [28], Escudier et al. [29] e Warholic et al. [30], entre outros. A contribuição importante de Escudier et al. [29] consistiu na medição de propriedades reológicas extensionais de soluções poliméricas a várias concentrações, juntamente com medições de quantidades médias do escoamento turbulento tais como, o factor de fricção e respectivos perfis de velocidade média. Usando soluções poliméricas reo-fluidificantes e viscoelásticas, Pinho e Whitelaw [27] mediram os perfis de velocidade média e as tensões de Reynolds normais de escoamentos turbulentos em conduta e verificaram existir um aumento da sua anisotropia, com o aumento de turbulência na direcção do escoamento e a sua diminuição nas direcções transversais, quantificando também um atraso na transição laminar-turbulenta, devido à supressão da turbulência (especialmente nas direcções radiais e tangenciais), causada pela presença das moléculas de polímero nos solventes newtonianos. Além disso, mostraram pela primeira vez que o uso da viscosidade de parede com estas soluções reo-fluidificantes era mais adequado para representar a semelhança da dinâmica do escoamento do que o uso da viscosidade do solvente. Os posteriores estudos de Pereira e Pinho [28], com soluções poliméricas de baixo peso molecular, vieram confirmar a dificuldade em encontrar fluidos baseados em aditivos poliméricos que não exibam redução do arrasto, pois confirmaram-se os resultados experimentais obtidos anteriormente por Pinho e Whitelaw [27], embora com menor intensidade.

O aumento do poder computacional ofereceu uma importante alternativa na investigação, fornecendo meios para a simulação numérica directa (DNS). Começando com Massah et al. [31] o DNS forneceu informação útil relativamente ao efeito da turbulência sobre a conformação molecular das soluções poliméricas e sobre as respectivas propriedades reológicas, confirmando a relevância dos efeitos elongacionais sobre a turbulência. Note-se que os primeiros cálculos de DNS não eram auto-consistentes, i.e., não eram DNS de soluções poliméricas, mas DNS só da conformação molecular a partir de resultados DNS newtonianos. Esta estratégia, também adoptada por Hanratty e co-autores [31] e [25], não foi capaz de prever bem a redução de arrasto, mas dá uma percepção correcta sobre a evolução das configurações moleculares com a dinâmica da turbulência e as correspondentes propriedades dos fluidos. Uma das suas principais descobertas foi a existência de uma maior extensão molecular na subcamada viscosa e de uma não significativa extensão molecular na zona intermédia do escoamento (buffer layer). Para fluidos viscoelásticos existe, contudo, uma importante dificuldade relativa ao DNS com fluidos newtonianos: *a priori* não existe a certeza de qual seja a correcta equação constitutiva reológica para um determinado fluido. Mesmo assim, as técnicas DNS estão fornecendo uma percepção útil que permite aos investigadores seleccionarem melhor a equação constitutiva adequada e, mais importante, desenvolverem fechos mais precisos para modelos clássicos ou para novos modelos de turbulência.

Outras investigações iniciais de DNS tiveram objectivos exploratórios e concentraram-se num modelo constitutivo puramente viscoso para avaliar as diferentes características e potencialidades dos modelos e propriedades físicas. Os resultados de DNS de Den Tooder et al. [32] e [33] e de Orlandi [34] mostraram apenas pequenas magnitudes de redução de arrasto quando usavam modelos puramente viscosos com viscosidades isotrópica, mas evidenciaram um forte efeito associado à anisotropia da viscosidade e à elasticidade. Em contraste, as simulações de DNS de escoamentos turbulentos em placas paralelas usando FENE-P e fluidos de Giesekus, realizadas por Sureshkumar et al. [15], conseguiram prever reduções de arrasto significativas e mostraram-se qualitativamente de acordo com o experimental, acentuando assim a

suspeita da existência de uma forte relação entre a intensidade da redução do arrasto e a viscosidade extensional das soluções poliméricas, devidas à extensão das cadeias poliméricas. Sendo assim, as simulações de DNS demonstraram claramente que as equações constitutivas puramente viscosas não conseguem prever grandes reduções de arrasto e que a elasticidade é necessária.

Apesar destes desenvolvimentos, continuam a ser necessários modelos turbulentos para aplicações de engenharia, e persiste a dificuldade em formular modelos com base em equações constitutivas reológicas não lineares. Neste último caso o principal obstáculo é a modelação dos termos das equações de transporte e constitutiva viscoelástica, devido à sua complexidade, pois combinam correlações entre flutuações das tensões, viscosidades, velocidades e seus gradientes, entre outros, sendo que a modelação destes termos é completamente desconhecida. Os modelos turbulentos para fluidos newtonianos baseiam-se em suposições simplificadoras para o seu fecho. A física torna-se incompleta e limitada, levando a adoptar várias funções de amortecimento para contabilizar os seus défices. Os modelos turbulentos iniciais para fluidos viscoelásticos de Durst e Rastogi [12] e Poreh e Hassid [13] e [14] seguiam essa metodologia, pois baseavam-se em modelos turbulentos newtonianos que eram modificados com diferentes funções de amortecimento. No caso de Poreh e Hassid [13] e [14] modificou-se o modelo $k-\varepsilon$ newtoniano para baixos números de Reynolds de Jones e Launder [35]. Contudo, isso não foi suficiente para prever redução de arrasto e o coeficiente A da função de amortecimento do tipo Van Driest para a viscosidade turbulenta tinha que ser determinado com base em resultados experimentais de redução do arrasto para um fluido e geometria específicos, só assim sendo possível calcular-se com precisão as características do escoamento. Na essência, estas modificações eram incapazes de lidar com a redução de arrasto na generalidade, deficiência com origem na falta de ligação entre o modelo turbulento e a reologia do fluido. Mesmo posteriores incursões no tema também são de aplicação limitada: Politis [17], Cruz et al. [20] e Malin [18] e [19], independentemente, deduziram as equações $k-\varepsilon$ relevantes para escoamentos turbulentos de fluidos lei de potência inelásticos, mas não conseguiram prever a intensa redução de

arrasto de origem elástica. Todavia, algumas dessas ideias são incorporadas no trabalho presente através dos trabalhos anteriores de Pinho [1] e Cruz e Pinho [2].

A elevada complexidade das equações constitutivas, o grande número de novos termos a necessitar de modelação e a precisão da sua aproximação onde a vantagem aparente de adoptar desde o início uma melhor, mas complexa, descrição reológica é depois compensada através de muitas suposições *ad hoc*. Uma alternativa simples é partir de conceitos fundamentais previamente aceites, relacionando redução de arrasto com o reo-espessamento da razão de Trouton, como inicialmente definido por Lumley [23] e confirmado em recentes trabalhos de DNS. Por último, mas não menos importante, os parâmetros do modelo de turbulência, quando muito, devem assentar na reologia do fluido e nas características médias do escoamento, e não em determinados detalhes do escoamento. Esta última metodologia foi usada por Pinho [1], que desenvolveu a estrutura para o fecho de turbulência com base numa equação constitutiva generalizada newtoniana que foi modificada para incluir dependência do segundo e terceiro invariantes do tensor taxa de deformação. Embora existam várias manifestações viscoelásticas que não são capturadas através desta equação constitutiva, o número de termos nas equações de transporte que necessitam de modelação é significativamente reduzido e assim existem menos suposições *ad hoc* na formulação do modelo turbulento. No actual estado de conhecimento e desenvolvimento, esta metodologia pode resultar num modelo de turbulência que pode ser tão bom como um modelo deduzido a partir de uma equação constitutiva viscoelástica mais genuína. Além disso, este modelo turbulento, pese embora todas as suas limitações, pode ser usado em escoamentos comuns em engenharia, considerando que o outro método disponível para fluidos viscoelásticos (DNS) simplesmente não é viável com os actuais recursos computacionais.

O trabalho de Pinho [1], donde derivou um conjunto de equação necessárias para um fecho turbulento, foi continuado por Cruz e Pinho [2], que desenvolveram um modelo $k-\varepsilon$ para baixos números de Reynolds e compararam as suas previsões com

valores experimentais de Escudier et al. [29] and Presti [22], onde se incluíam detalhes das propriedades reológicas e as características do escoamento.

A vantagem deste modelo turbulento relativamente ao anterior fecho de uma equação para fluidos viscoelásticos, analisado em Cruz e Pinho [2], é que somente os parâmetros relacionados com a viscosidade de corte e a razão de Trouton necessitam de ser introduzidos juntamente com a velocidade média de entrada do escoamento. Porém, no modelo de Cruz e Pinho [2] foi desprezado o termo da tensão pseudo-elástica na equação da quantidade de movimento e o seu efeito correspondente no transporte da energia cinética de turbulência.

Esta tensão pseudo-elástica contabiliza o acoplamento entre as flutuações da viscosidade e as flutuações da taxa de deformação e o seu papel na equação de transporte da energia cinética de turbulência é similar às outras tensões, podendo ser um termo de produção ou de dissipação. Pinho [1] demonstrou que esses termos são mais pequenos que os termos das tensões de Reynolds e desprezáveis para viscosidades constantes ou de fraca intensidade reo-fluidificação. Para fluidos com viscosidade extensional reo-espessante, e junto à parede, a tensão pseudo-elástica pode não ser tão pequena e ajuda a melhorar as previsões especialmente da energia cinética de turbulência.

Neste trabalho, um modelo fechado é proposto para contabilizar o termo da tensão pseudo-elástica dentro do contexto do modelo $k-\varepsilon$ para baixos números de Reynolds de Cruz e Pinho [2], demonstrando uma melhoria nas previsões de vários fluidos viscoelásticos.

Os estudos das tensões de Reynolds normais em escoamentos turbulentos de fluidos newtonianos em condutas, demonstraram que estas não têm uma distribuição isotrópica ($\overline{u'^2} = \overline{w'^2} = \overline{v'^2}$), mas sim anisotrópica, segundo a sequência $\overline{u'^2} > \overline{w'^2} > \overline{v'^2}$ (Laufer [36]). Quando os fluidos são não-newtonianos, a anisotropia das tensões de Reynolds normais aumenta, verificando-se um aumento de $\overline{u'^2}$ e uma diminuição de $\overline{w'^2}$ e $\overline{v'^2}$, efeito confirmado também pelas experiências numéricas, por DNS de Dimitropoulos [37] em placas paralelas. Alguns dos mais recentes modelos $k-\varepsilon$ para

fluidos newtonianos tem essa capacidade de prever a anisotropia das tensões de Reynolds normais, como são os casos dos modelos descritos por Craft et al. [38], Apsley e Leschziner [39], Rhee e Sung [40] e Park et al. [21], entre outros. Com esse intuito, na segunda parte deste trabalho, é desenvolvido pela primeira vez um modelo não linear para fluidos viscoelásticos, capturando assim o aumento da anisotropia das tensões de Reynolds normais.

No capítulo seguinte apresenta-se a reologia das soluções poliméricas que tipicamente exibem redução do arrasto em escoamentos turbulentos, e mais especificamente, as propriedades dos fluidos que foram utilizados nas simulações numéricas e validação. Ainda no capítulo 2 apresentam-se modelos constitutivos utilizados para representar a reologia deste fluidos elásticos e selecciona-se a equação constitutiva sobre a qual se desenvolve o modelo de turbulência. As equações de conservação que devem ser resolvidas para prever o comportamento dos fluidos em regime turbulento são apresentadas no capítulo 3 bem como as respectivas modelações, excepto os fechos da tensão pseudo-elástica e do modelo anisotrópico para as tensões de Reynolds que são tratadas explicitamente nos capítulos 5 e 6. O desempenho dos dois modelos de turbulência é apresentado nos capítulos 6 e 7, respectivamente, por comparação das suas previsões com valores experimentais. A tese finaliza com as principais conclusões e sugestões de trabalho futuro.

Capítulo 2

Reologia das soluções diluídas de polímeros

2.1 Comportamentos reológicos

A generalidade dos fluidos comuns obedecem à lei de Newton na qual o tensor das tensões (σ_{ij}) é proporcional ao tensor velocidade de deformação (S_{ij}), isto é,

$$\sigma_{ij} = 2\eta S_{ij} \quad (1)$$

$$\text{com } S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Esta relação linear designa-se por lei do Newton da viscosidade e os fluidos que lhe obedecem são chamados de fluidos newtonianos, sendo a constante de proporcionalidade designada por viscosidade do fluido (η).

A viscosidade do fluido, também conhecida por viscosidade de corte ou viscométrica (η), é determinada através da aplicação de uma tensão tangencial num escoamento de Couette através da definição acima descrita. Fluidos que não obedecem a esta relação linear são designados por fluidos não-newtonianos. Este tipo de fluidos necessita de outros modelos para conseguir capturar o seu comportamento.

O comportamento dos fluidos não-newtonianos, quando estão sujeitos a escoamentos de corte em regime permanente, enquadram-se em três classes principais:

- Independentes do tempo: este tipo de fluidos contêm propriedades que não variam com o tempo.

Na Fig. 1 podemos observar os três tipos de comportamento mais comuns: o newtoniano, o reo-fluidificante e o reo-espessante. Para os fluidos reo-fluidificantes, a viscosidade de corte, razão entre a tensão de corte e a taxa de deformação de corte, decresce com a taxa de deformação de corte, excepto para muito baixas ou para

elevadas taxas de deformação de corte em que é constante, correspondendo a η_0 e a η_∞ respectivamente e que se encontram representadas na Fig. 2. A zona intermédia pode ser representada pela seguinte correlação, designada por lei de potência,

$$\eta = K|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (2)$$

onde n e K são parâmetros de ajuste ao comportamento reológico do fluido. Para fluidos reo-fluidificantes, o parâmetro n toma valores inferiores à unidade, $n < 1$, no entanto, para fluidos newtonianos, este passa a ser igual à unidade ($n=1$) ficando $K=\eta=\text{constante}$, reduzindo-se assim à Eq. (1).

Ao observar a Fig. 2, verifica-se que este modelo é limitado, visto que se restringe unicamente à zona intermédia. Com outros modelos mais complexos, consegue-se capturar o comportamento noutras zonas, além da zona intermédia, tais como: o modelo Cross, Power-Eyring, Sisco, Carreau-Yasuda, entre outros.

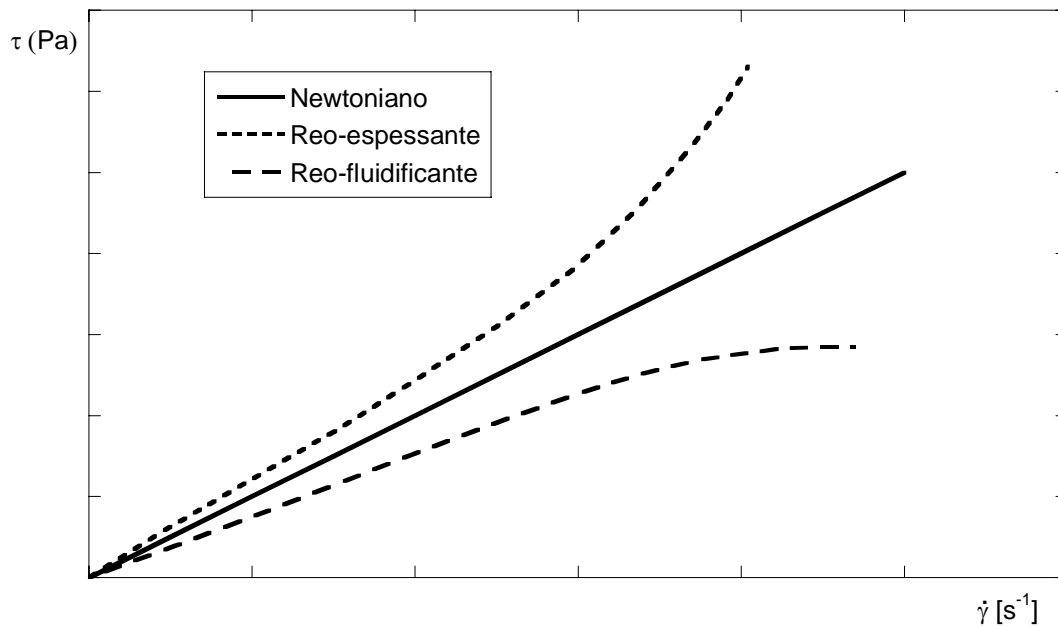


Fig. 1. Comportamentos característicos de fluidos não-newtonianos: Variação da tensão em função da velocidade de deformação.

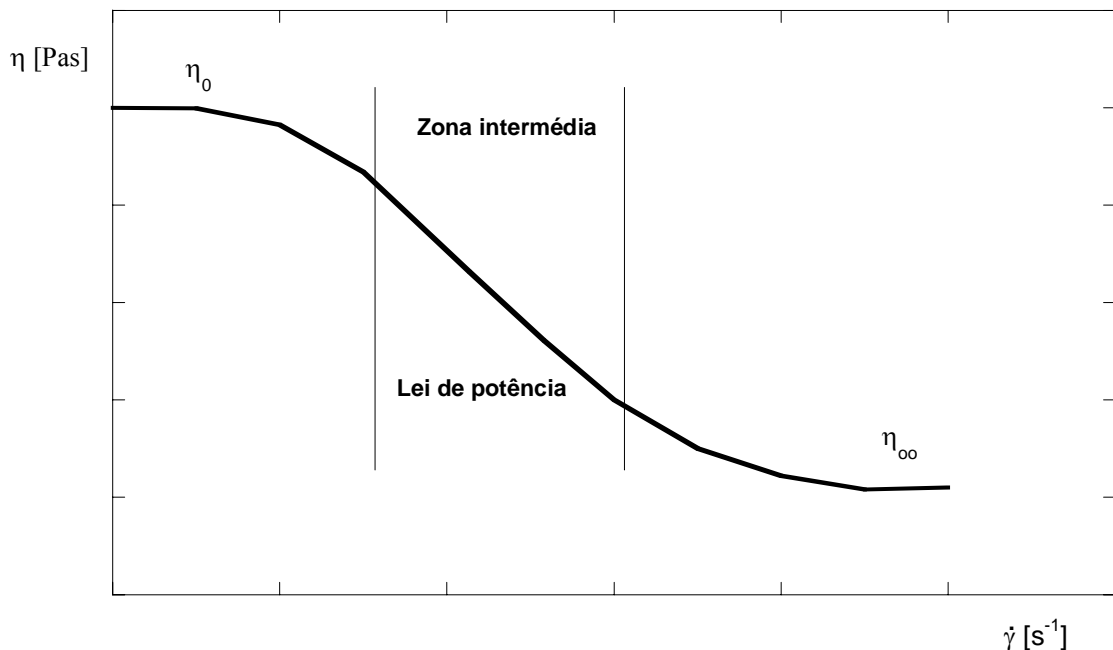


Fig. 2. Comportamento característico de um fluido não-newtoniano reo-fluidificante: Variação da viscosidade em função da velocidade de deformação.

Este comportamento, observado na Fig. 2, é típico de soluções diluídas e concentradas do polímero. Uma das interpretações físicas para este fenómeno, é o alinhamento progressivo das moléculas (ou da estrutura) com o aumento das taxas de deformação de corte. Em vez do estado de mistura aleatória que existe quando o fluido está em repouso, as direcções principais das moléculas são alinhadas com a direcção do escoamento, originando uma diminuição da viscosidade.

Ao contrário dos fluidos reo-fluidificantes, existem os fluidos reo-espessantes em que a viscosidade aumenta com a taxa de deformação de corte. É possível que o próprio acto da deformação do material possa causar um re-arranjo da sua micro-estrutura de tal forma que a resistência ao escoamento aumenta com a taxa de corte. No processo industrial este tipo de fluidos é menos comum que os reo-fluidificantes, podendo estes serem também modelados pela lei de potência em que n toma valores superiores à unidade.

i. **Dependentes do tempo:** até agora, assumiu-se que ao aplicar uma determinada taxa de deformação de corte obtínhamos uma determinada tensão de corte, e que esta não se alterava no tempo enquanto a taxa de deformação de corte se mantivesse constante, mas isto pode não acontecer. A tensão de corte pode alterar-se com o tempo quando é aplicada uma taxa de deformação de corte constante, isto significa que a viscosidade pode aumentar ou diminuir com o tempo, isto é, as propriedades do fluido variam com o tempo quando as condições cinemáticas são constantes (ou vice-versa). A classificação destes fluidos é dividida em dois tipos (pode ser observada na Fig. 3): nos fluidos tixotrópicos a viscosidade diminui com o tempo devido à progressiva ruptura da estrutura; nos fluidos anti-tixotrópicos a viscosidade aumenta com o tempo devido à progressiva formação da estrutura.

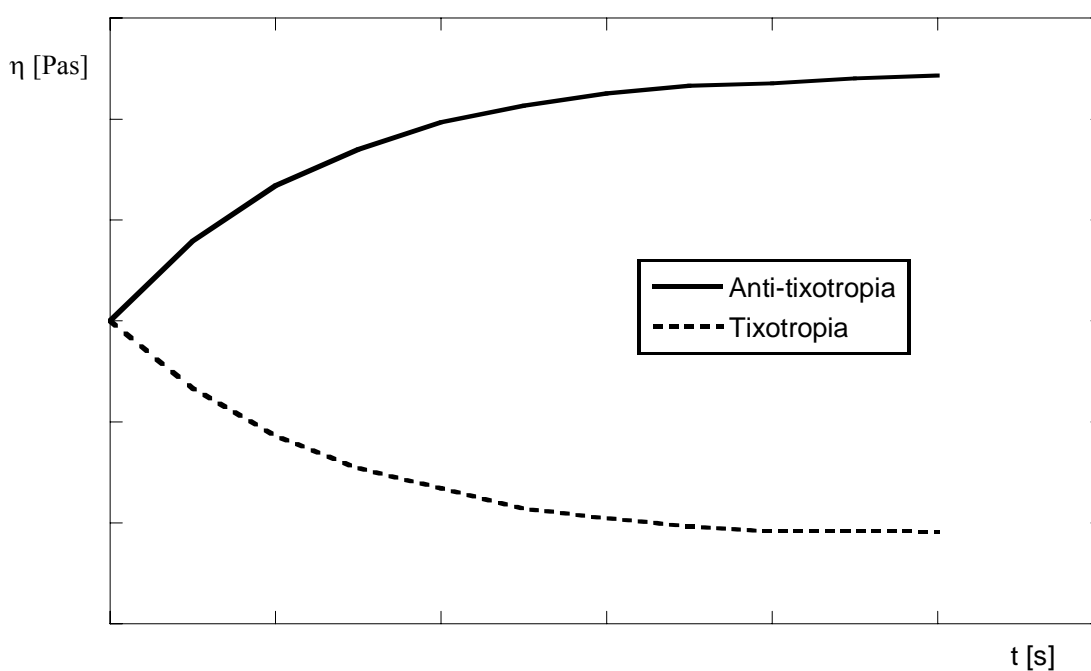


Fig. 3. Comportamentos característicos de fluidos não-newtonianos: Variação da viscosidade em função do tempo.

ii. **Viscoelásticos:** estes fluidos apresentam simultaneamente efeitos viscosos e elásticos, tendo como característica principal a capacidade de armazenar energia sob a forma elástica.

Um dos efeitos que os fluidos viscoelásticos apresentam em escoamentos de corte são as diferenças da tensão normal, N_1 e N_2 . Neste tipo de escoamento a primeira diferença da tensão normal, definida por $N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$, toma valores positivos, enquanto que a segunda diferença da tensão normal, $N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz}$, toma valores negativos obedecendo à relação $|N_1| \geq |N_2|$. Ambas tornam-se nulas no caso dos fluidos newtonianos.

As diferentes características encontradas em escoamentos extensionais de fluidos não-newtonianos elásticos (em relação aos fluidos newtonianos), fez com que os investigadores estudassem com mais detalhe os escoamentos extensionais dos fluidos viscoelásticos. O parâmetro mais estudado, nesse tipo de escoamento, é a viscosidade elongacional.

Num escoamento extensional uniaxial os campos de velocidade são definidos por:

$$v_x = \dot{\epsilon}x, \quad v_y = -\dot{\epsilon}/2 y \quad \text{e} \quad v_z = -\dot{\epsilon}/2 z \quad (3)$$

onde $\dot{\epsilon}$ é a taxa de deformação normal constante. Isto significa que existe uma deformação elongacional positiva segunda a direcção xx , $\dot{\epsilon}_{xx}$, e uma contracção do fluido para metade segundo a direcção yy e zz , $\dot{\epsilon}_{yy}/2$ e $\dot{\epsilon}_{zz}/2$. A respectiva distribuição das tensões pode ser escrita da seguinte forma

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma_{yy} &= \sigma_{xx} - \sigma_{zz} = \eta_e(\dot{\epsilon}) \cdot \dot{\epsilon} \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

onde η_e é a viscosidade elongacional (uniaxial) que é função da taxa de deformação normal, assim como, a viscosidade de corte é função da taxa de deformação de corte $\dot{\gamma}$. Os parâmetros $\dot{\epsilon}$ e $\dot{\gamma}$ têm uma interpretação física directa: em escoamentos de corte simples, $\dot{\gamma}$ reduz-se à taxa de corte e $\dot{\epsilon}$ desaparece; em escoamentos extensionais uniaxiais, $\dot{\epsilon}$ reduz-se à taxa de deformação normal e $\dot{\gamma}$ fica igual a $\sqrt{3}\dot{\epsilon}$, $\dot{\gamma} = \sqrt{3}\dot{\epsilon}$. No caso de fluidos newtonianos em que a viscosidade de corte é constante, a viscosidade elongacional obedece à relação $\eta_e = 3\eta$.

Podemos concluir que a viscosidade elongacional está relacionada com as diferenças de tensão normal pela seguinte equação

$$\eta_e = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{\dot{\epsilon}} = \frac{N_1}{\dot{\epsilon}} \quad (5)$$

Como se pode verificar, é possível determinar a elasticidade de um fluido viscoelástico através dos parâmetros N_1 e N_2 , em escoamentos de corte e extensionais. Mas é importante que o leitor saiba que o estudo do comportamento dos fluidos viscoelásticos não se resume só a estes ensaios, um outro ensaio que é frequentemente usado na investigação do comportamento linear viscoelástico é o ensaio oscilatório de corte.

Num ensaio oscilatório de corte impõe-se uma deformação periódica sinusoidal de baixa amplitude (γ_0),

$$\gamma(t) = \gamma_0 \cos(\omega t)$$

e mede-se a tensão correspondente

$$\tau(t) = \tau_0 \cos(\omega t - \delta)$$

No extremo, verificam-se dois comportamentos distintos dos materiais neste teste: o comportamento dos sólidos elásticos puros, em que a tensão é proporcional à amplitude da deformação (lei de Hooke); e o comportamento dos fluidos puramente viscosos, em que a tensão é proporcional à taxa de deformação (lei de Newton). Nos fluidos viscoelásticos existe uma diferença de fase, δ , entre a tensão e a deformação imposta. Esta, compreendida entre os limites acima definidos, pode ser dividida em duas componentes, uma em fase com a deformação e outra com um atraso de 90° , correspondendo à parte elástica e viscosa, respectivamente.

As propriedades do fluido são constituídas por estas duas componentes, elástica e viscosa, através (i) do módulo, razão entre a tensão e a deformação, (ii) e da viscosidade, razão entre a tensão e a taxa de corte. Relativamente ao módulo, a resistência total à deformação é dada pelo módulo complexo

$$G^* = G' + iG''$$

e este é constituído pelo o módulo de elasticidade, G' ,

$$G' = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos \delta$$

que representa uma medida da energia de deformação armazenada reversivelmente, componente elástica, e pelo módulo dissipação, G'' ,

$$G'' = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \sin \delta$$

que quantifica uma medida da energia cedida irreversivelmente pela amostra de fluido ao exterior, componente viscosa. O factor de perda, $\tan \delta$, é o quociente entre os dois módulos anteriores. Este também pode ser visto como uma medida do grau de

viscoelasticidade do material, i.e., se o seu comportamento se aproxima mais de um sólido elástico ou de um líquido viscoso.

Da mesma forma que se definiu o módulo complexo, podemos definir uma viscosidade complexa, η^* , associada à viscosidade, que contabiliza a resistência total ao fluxo,

$$\eta^* = \eta' - i\eta''$$

onde $\eta' = G'/\omega$ e $\eta'' = G''/\omega$.

O ensaio oscilatório só apresenta características independentes da sua cinemática se realizado em condições de baixa deformação, i.e. só nestas condições o comportamento linear dos fluidos é estimulado. Na zona de comportamento linear os resultados do ensaio são independentes da amplitude das solitações aplicadas.

Um outro parâmetro que os reólogos introduziram foi a razão de Trouton, Tr , que é definida pela razão entre a viscosidade elongacional e a viscosidade de corte,

$$Tr = \frac{\eta_e(\dot{\epsilon})}{\eta(\dot{\gamma})} \quad (6)$$

Fluidos elásticos são identificados por terem elevados números da razão de Trouton. No caso de fluidos inelásticos, em que a viscosidade de corte é avaliada por $\dot{\epsilon}$ através da relação $\dot{\gamma} = \sqrt{3}\dot{\epsilon}$, a razão de Trouton passa a ser constante, sendo igual a 3, para toda a gama de $\dot{\epsilon}$.

Os fluidos viscoelásticos de soluções poliméricas, analisados no presente trabalho, são reo-fluidificantes em termos de viscosidade de corte, mas por outro lado são reo-espessantes da razão de Trouton, i.e., da viscosidade elongacional. Isto significa

que podemos ter combinações diferentes de comportamentos da viscosidade elongacional e de corte.

2.2 Propriedades dos fluidos

Após o desenvolvimento dos modelos de turbulência, é necessário calibrá-los e validá-los com base em dados experimentais, sendo aqui essencial possuir para os mesmos fluidos não só as suas propriedades reológicas mas também resultados dinâmicos, tais como quantidades médias globais do escoamento (como por exemplo factor de fricção, caudal) e quantidades médias locais, que caracteriza quer o escoamento médio quer o escoamento turbulento (perfis de velocidade média, tensões de Reynolds normais). É com esse objectivo que são apresentados neste capítulo as propriedades reológicas dos fluidos que foram usadas para calibrar e validar este novo modelo turbulento.

Os parâmetros reológicos, introduzidos nas simulações numéricas desta tese, foram obtidos dos dados experimentais de Escudier et al. [29]. Nas suas medições eles utilizaram soluções aquosas dos seguintes polímeros:

- cadeias de moléculas semi-rígidas, mas flexíveis (CMC - carboximetilcelulose), com uma concentração em peso de 0.25%
- molécula de forma tubular rígida (XG – goma de xantano), com uma concentração em peso de 0.2%
- cadeia de moléculas expandida muito flexível (PAA - poliacrilamida), uma concentração em peso de 0.125%

Além disso, também usaram uma mistura de 0.09% de CMC com 0.09% de XG.

O fluido 0.125% PAA foi seleccionado, arbitrariamente, para ser usado na calibração do modelo da tensão pseudo-elástica, enquanto que os restantes fluidos foram usados no processo de validação do modelo, com excepção do modelo anisotrópico em que foi feita uma análise detalhada a todos os fluidos durante o processo de formulação.

Note-se, que o recurso aos dados experimentais de Escudier et al. [29] para calibrar e validar o modelo turbulento, deve-se ao facto deste ter realizado, quer medições de quantidades cinemáticas do escoamento, quer das correspondentes propriedades reológicas dos fluidos.

Cada uma destas soluções poliméricas foi usada extensivamente em investigações anteriores de redução de arrasto e outros comportamentos de escoamentos de fluidos não-newtonianos (ver por exemplo Pinho e Whitelaw (1990) e Escudier et al. [29]).

Como se pode verificar na Fig. 4, a medição da viscosidade de corte para cada uma das soluções poliméricas usadas é bem representada pelo modelo de Cross para líquidos reo-fluidificantes:

$$\frac{\mu_0 - \mu}{\mu - \mu_\infty} = (\lambda \dot{\gamma})^{m_c} \quad (7)$$

Os valores para os quatro parâmetros na Equação (7) e para cada um dos líquidos de trabalho, estão listados na Tabela 1. Apesar destes dados reológicos serem mostrados para uma temperatura de 20°C, medições similares foram efectuadas para uma gama de temperaturas em que os valores da viscosidade usados para avaliar os números de Reynolds, às medições da temperatura do líquido durante as experiências. Em coordenadas log-log, o patamar newtoniano a baixas taxas de corte é evidente para a solução CMC. Caso contrário, todos os fluidos exibem quase uma estrutura de lei de potência, excepto a elevadas taxas de corte (>1000/s) para o PAA onde os dados eram

adversamente afectados pelo começo de um escoamento secundário, segundo Escudier et al. [29].

Tabela 1 – Parâmetros do modelo Cross a 20°C, Escudier et al. [29].

| Fluido | $\mu_0(Pas)$ | $\mu_\infty(Pas)$ | $\lambda(s)$ | m |
|----------------------|--------------|-------------------|--------------|-------|
| 0.25% CMC | 0.112 | 0.00239 | 0.0214 | 0.595 |
| 0.09% CMC / 0.09% XG | 0.267 | 0.00200 | 1.34 | 0.512 |
| 0.2 % XG | 0.578 | 0.00276 | 1.30 | 0.724 |
| 0.125 % PAA | 29.6 | 0.00481 | 1090 | 0.664 |

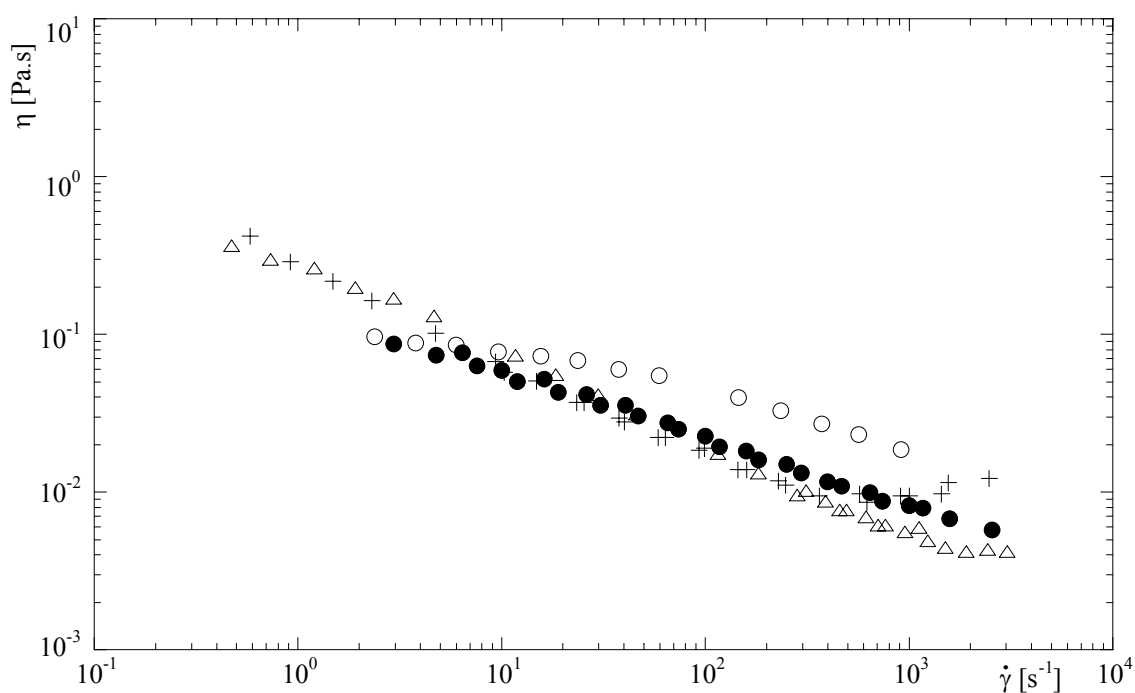


Fig. 4. Variação da viscosidade de corte em função da taxa de corte para as soluções poliméricas, Escudier et al. [29]: ○ 0.25% CMC, ● 0.09% CMC / 0.09% XG, △ 0.2% XG, + 0.125% PAA.

Nas concentrações usadas nos escoamentos reológicos, a diferença da primeira tensão normal para CMC, XG e CMC/XG estava abaixo da sensibilidade do reómetro, mesmo a elevadas taxas de corte. Todavia, como sugerido por Barnes et al. (1989),

elevadas concentrações foi descoberto que $N_1(\tau)$ segue a curva padrão da lei de potência para cada fluido, praticamente independente da concentração, no qual foi possível extrapolar para baixas concentrações. Este procedimento, utilizado também por Escudier et al. [29], não é o ideal mas terá que ser suficiente na ausência de medições directas ou de um algoritmo de extrapolação mais sofisticado. Os dados que são mostrados na Fig. 5, resultam nas seguintes expressões empíricas

$$N_1 = 0.85\tau^{1.25} \quad 0.6-1.5\% \text{ CMC}, \quad (8)$$

$$N_1 = 0.97\tau^{1.47} \quad 1.0-1.5\% \text{ XG}, \quad (9)$$

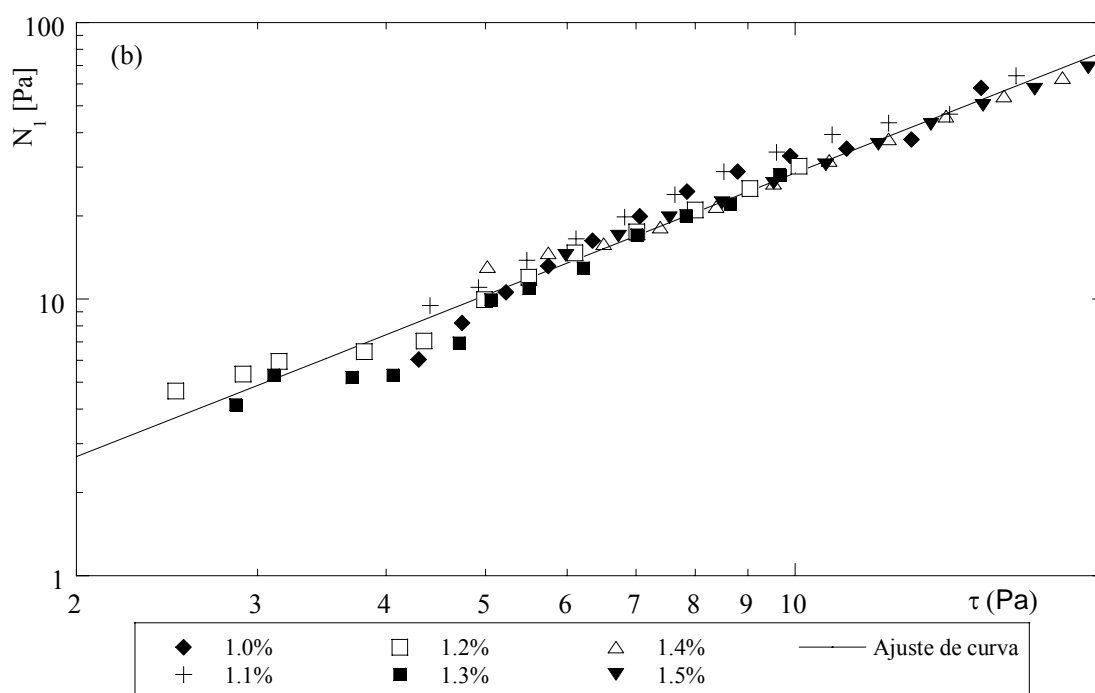
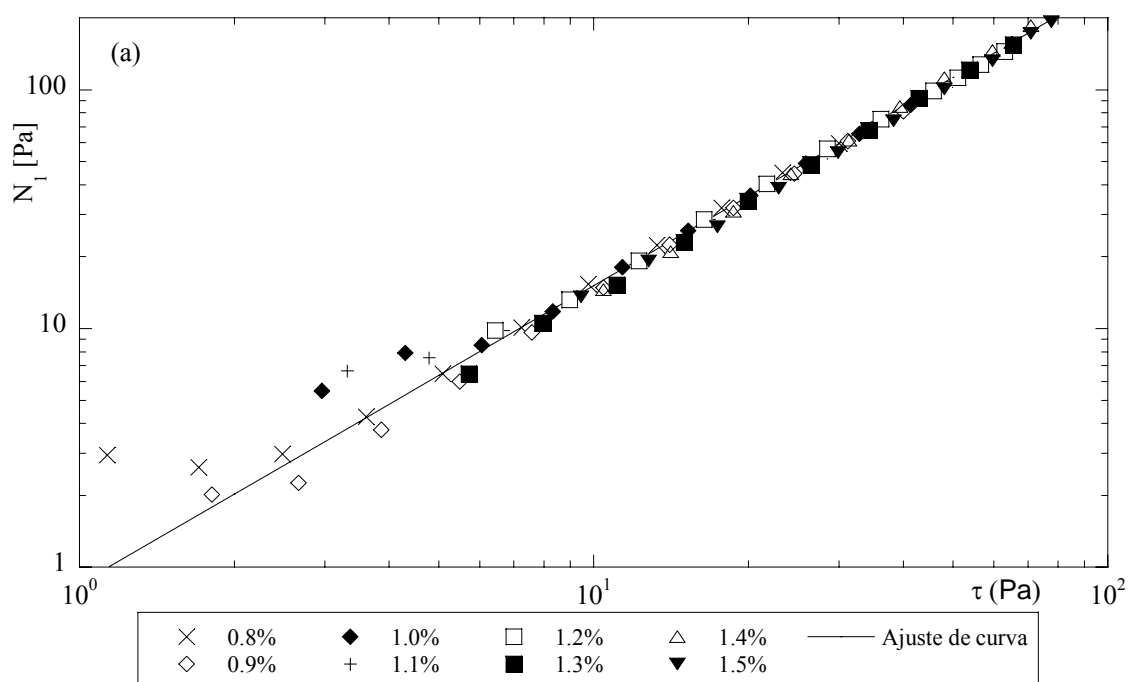
$$N_1 = 1.35\tau^{1.18} \quad 0.4/0.4-1.5/1.5\% \text{ CMC/XG} \quad (10)$$

De acordo com Barnes et al., uma tensão recuperável (i.e. $N_1/2\tau$) maior que 0.5, indica um estado de elevada elasticidade. Para as três soluções poliméricas consideradas aqui, esta condição corresponde a uma tensão de corte em excesso de 1.9 Pa (CMC), 1.1 Pa (XG) e 0.2 Pa (CMC/XG).

Para o PAA, os valores de N_1 estavam acima do limite da sensibilidade do reómetro e foi possível obter os valores (N_1 versus $\dot{\gamma}$) directamente sendo estes bem representados por

$$N_1 = 16.3\tau^{1.48} \quad 125\% \text{ PAA} \quad (11)$$

de tal forma que se pode dizer que o 0125% PAA é altamente elástico para $\tau > 0.003$.



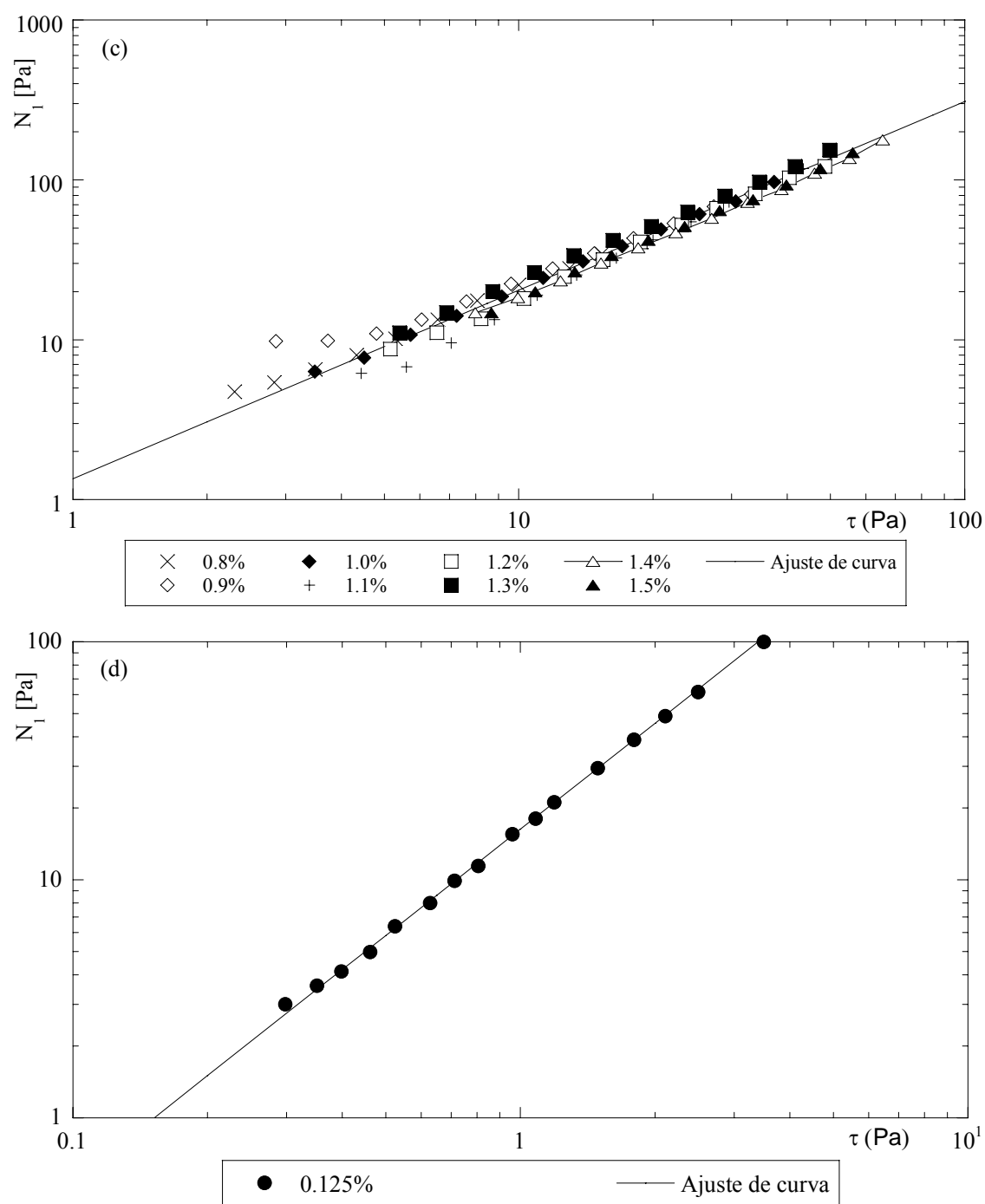


Fig. 5. Características viscoelásticas de concentrações de soluções poliméricas, Escudier et al. [29]: (a) CMC; (b) XG; (c) CMC/XG; (d) 0.125% PAA.

As características da tensão normal $N_1(\dot{\gamma})$ para todos os fluidos investigados são mostrados na Fig. 6. Ao observar esta, podemos concluir que a intensidade da viscoelasticidade dos fluidos para baixas deformações é CMC, CMC/XG, XG e PAA, enquanto que para elevadas deformações passa a ser XG, CMC/XG, CMC e PAA.

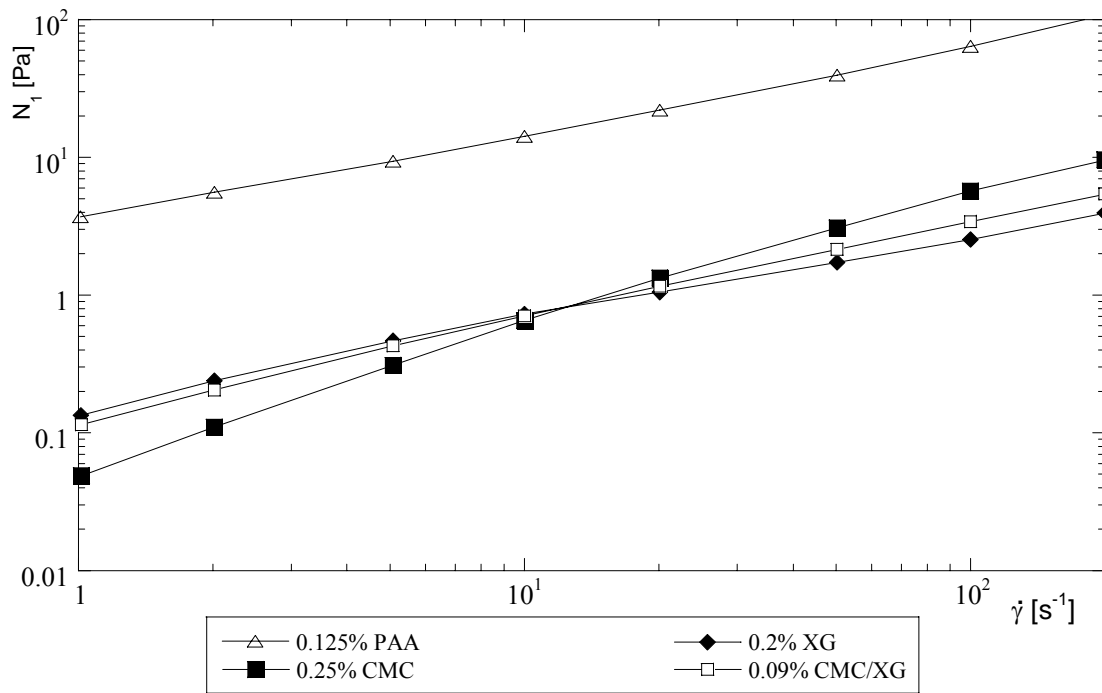


Fig. 6. Primeira diferença da tensão normal para as diferentes soluções poliméricas utilizadas, Escudier et al. [29].

A Fig. 7 representa graficamente a variação da viscosidade extensional em função da taxa de deformação medida pelo sistema de jacto oposto RFX, dados obtidos de Escudier et al. [29]. Como o escoamento não é homogêneo e as partículas do fluido são sensíveis à variação da taxa de deformação, os dados devem ser mais considerados como um índice da viscosidade extensional. Contudo, podemos ver que os polímeros mais flexíveis, nomeadamente o PAA e o CMC, têm valores elevados de η_e , especialmente a elevadas taxas de deformação.

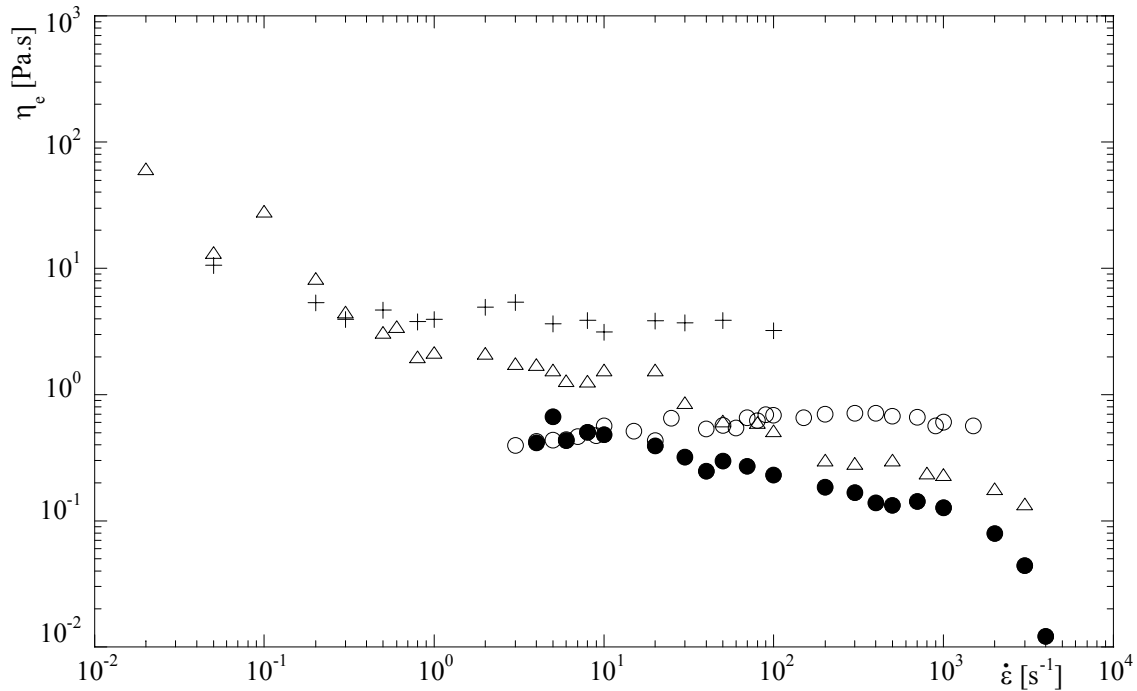


Fig. 7. Variação da viscosidade extensional em função da taxa de deformação para as soluções poliméricas, Escudier et al. [29]: ○ 0.25% CMC, ● 0.09% CMC / 0.09% XG, △ 0.2% XG, + 0.125% PAA.

2.3 Equações constitutivas

As equações constitutivas viscoelásticas, são equações que definem o complexo comportamento reológico dos fluidos viscoelásticos e podem ser lineares, quasi-lineares ou não lineares. Os modelos reológicos lineares, baseiam-se num simples princípio: uma resposta em qualquer espaço temporal é directamente proporcional ao valor do sinal inicial, isto é, por exemplo, para uma tensão particular obtemos uma taxa de deformação que é directamente proporcional. As equações diferenciais, na teoria da viscoelasticidade linear, são lineares e os seus coeficientes do tempo diferencial são constantes. Estas constantes são parâmetros do material, que não variam em função doutros parâmetros, tais como o coeficiente da viscosidade e o módulo da rigidez.

Uma das primeiras equações constitutivas lineares deduzidas, o modelo de Maxwell, combina a viscosidade com a elasticidade da seguinte forma:

$$\tau + \frac{\eta}{G} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \eta \dot{\gamma} \quad (12)$$

Para escoamentos permanentes esta equação simplifica para um fluido newtoniano com viscosidade η . Em variações rápidas na tensão, o termo da derivada temporal domina o lado esquerdo da equação, e quando integrada no tempo simplifica para um sólido hookeano com o módulo elástico G . Uma forma alternativa do modelo de Maxwell é

$$\tau + \lambda \dot{\tau} = \eta \dot{\gamma} \quad (13)$$

com $\lambda = \eta/G$. Se uma particular taxa de deformação $\hat{\gamma}$ é aplicada para $t=0$ e mantida nesse valor em tempo subsequente, a solução da distribuição da tensão (para $t>0$) é

$$\tau = \eta \hat{\gamma} [1 - \exp(-t/\lambda)] \quad (14)$$

Isto significa que no início da deformação de corte, o desenvolvimento da tensão é atrasado, a constante de tempo neste caso é λ , designada por tempo de relaxação. Por outro lado, se a taxa de deformação tem um valor constante $\hat{\gamma}$ para $t<0$ e é removida para $t=0$, então a solução da distribuição da tensão (para $t \geq 0$) passa a ser

$$\tau = \eta \hat{\gamma} \exp(-t/\lambda) \quad (15)$$

Neste caso, a tensão relaxa exponencialmente desde o seu equilíbrio até zero.

Um outro modelo similar ao Maxwell é o modelo de Kelvin, que se baseia no mesmo princípio e é definido pela seguinte equação:

$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad (16)$$

Se uma tensão $\hat{\tau}$ é aplicada num instante $t=0$ e mantida constante, a deformação, utilizando o modelo Kelvin, é dada por

$$\gamma = (\hat{\tau}/G)[1 - \exp(-t/\lambda)] \quad (17)$$

Os modelos constitutivos lineares, o modelo de Maxwell e de Kelvin, entre outros, são usados unicamente como modelos teóricos devido às suas limitações, pois só devem ser aplicados a escoamentos com gradientes de deformação infinitesimalmente pequenos. Estes modelos não conseguem: (i) prever tensões normais (efeito não-linear); (ii) descrever viscosidade variável; (iii) e descrever escoamentos associados a pequenas deformações se sobrepostas a grandes gradientes de deformação.

Devido às limitações dos modelos constitutivos lineares que não obedecem ao princípio da objectividade material de Oldroyd, surgiram os modelos constitutivos quasi-lineares, que resolvem este problema substituindo as derivadas materiais por derivadas convectivas. Assim, por exemplo, o modelo de Maxwell convectivo superior resulta da substituição da derivada material pela derivada convectiva contravariante, obtendo-se assim a capacidade de prever o coeficiente da primeira diferença da tensão normal e tornando-o invariante relativamente a mudanças de sistemas de coordenadas.

Para além destes modelos, existem também modelos ditos não lineares, onde os coeficientes das tensões são agora quantidades variáveis ou dependentes da própria tensão. Os modelos viscoelásticos não lineares são mais complexos, por exemplo o modelo PTT (Phan-Thien - Tanner)

$$f(\tau_{kk})\tau_{ij} + \lambda \left[\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} - \tau_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \tau_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \xi (\tau_{jk} D_{ik} + \tau_{ik} D_{jk}) \right] = \eta \dot{\gamma} \quad (18)$$

Este modelo baseia-se em teorias moleculares assim como o bem conhecido modelo FENE-dumbbell (“finitely extensive, non-linear elastic”) desenvolvido para representar soluções diluídas ou semi-diluídas de polímeros, conseguindo prever o efeito reo-fluidificante e o coeficiente da primeira tensão normal com a variação da taxa de deformação de corte. Note-se que os modelos viscoelásticos não lineares não se resumem a estes dois modelos, existe uma grande variedade.

2.4 Modelo constitutivo utilizado

A equação constitutiva usada neste presente trabalho foi a do fluido newtoniano generalizado (GNF), Pinho [1]. A escolha desta equação constitutiva, muito mais simples que a equação (18), foi baseada nos seguintes aspectos: (i) conseguia prever com exactidão o comportamento reo-fluidificante de fluidos viscosos; (ii) a escolha de modelos mais complexos, como por exemplo o modelo FENE-P, iria originar muitos termos novos que combinavam vários tipos de flutuações e nesse caso seria necessário modelá-los para o fecho do modelo. Ora, como não existe nenhum *background* em modelação de turbulência para fluidos viscoelásticos, esta estratégia poderia resultar numa física incompleta. Então, optou-se pela equação constitutiva de um fluido newtoniano generalizado, que é pouco diferente da equação para fluidos newtonianos, com uma pequena modificação onde é introduzido o efeito da viscosidade elongacional. A vantagem é que alguns dos termos derivados com base neste modelo constitutivo são semelhantes aos do modelo newtoniano, os quais já têm modelação.

A equação constitutiva de um fluido newtoniano generalizado (GNF) utiliza, como princípio básico, uma série de potências do tensor da taxa de deformação, S , para definir o tensor das tensões,

$$T = f(S) = \sum a_n (S)^n \quad (19)$$

Aplicando o teorema de Cayley-Hamilton podemos truncar a série de potências

$$T = a_1 (I_S, II_S, III_S) S + a_2 (I_S, II_S, III_S) S^2 \quad (20)$$

em que os coeficientes a_1 e a_2 são função do primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor da taxa de deformação. A equação constitutiva de um fluido newtoniano generalizado passa a ser definida por

$$T = a_1 (I_S, II_S, III_S) \cdot 2S \quad (21)$$

Este simples modelo da viscosidade de fluidos não-newtonianos, em que o tensor da tensão é directamente proporcional ao tensor da taxa de deformação, tem a capacidade de descrever com precisão os efeitos viscosos, desde que a função a_1 seja adequada. A sua forma mais usual é idêntica à Eq. (1) mas com uma diferença, a viscosidade deixa de ser constante:

$$\sigma = 2\mu S \quad (22)$$

$$\text{com } S = \frac{(\nabla U + \nabla U^T)}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right).$$

onde σ é o tensor da tensão e a função viscosidade μ é, em geral, uma função dos três principais invariantes do tensor da taxa de deformação:

$$\mu(I_S, II_S, III_S) \quad (23)$$

Os fluidos não-newtonianos comportam-se como fluidos incompressíveis, assim $I_S = \text{tr } S = 0$, e nos escoamentos a duas dimensões e em regime laminar, o terceiro invariante também desaparece ($III_S = \det S = 0$), o que origina uma viscosidade unicamente dependente do segundo invariante $\mu = \mu(\dot{\gamma})$ com $\dot{\gamma} = \sqrt{-4II_S} = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$. Todavia, o escoamento turbulento é sempre localmente tridimensional, mesmo que o escoamento seja bidimensional em termos de quantidades médias temporais. Se a taxa de deformação normal desempenha um papel importante nos mecanismos da produção da turbulência, então o terceiro invariante do tensor da taxa de deformação deve certamente ser tomado em consideração. Por essa razão, manteve-se uma viscosidade dependente explicitamente do segundo e terceiro invariantes de S , da seguinte forma

$$\mu = \mu(\dot{\gamma}, \dot{\varepsilon}), \quad (24)$$

onde o parâmetro de corte $\dot{\gamma}$ foi definido acima e o parâmetro elongacional $\dot{\varepsilon}$ é dado por

$$\dot{\varepsilon} = \frac{6 \det S}{\text{tr } S^2}. \quad (25)$$

Utilizando a seguinte expressão da álgebra tensorial

$$\det S = \frac{1}{6} \left[(\text{tr } S)^3 - 3(\text{tr } S)(\text{tr } S^2) + 2(\text{tr } S^3) \right], \quad (26)$$

e a condição de incompressibilidade, pode-se simplificar a definição de $\dot{\varepsilon}$ para

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2\text{tr}S^3}{\text{tr}S^2} \quad (27)$$

A metodologia e conceitos descritos nesta secção foram discutidos anteriormente por Pinho [1].

Concluindo, neste capítulo apresentaram-se os diversos comportamentos reológicos existentes, as propriedades reológicas dos fluidos usados nas simulações numéricas e introduziu-se o conceito dos modelos constitutivos. Mas, principalmente, definiu-se qual o modelo constitutivo que foi utilizado neste modelo turbulento o modelo do fluido newtoniano generalizado estabelecendo assim o ponto de partida.

Capítulo 3

Equações governativas e modelo de turbulência

3.1 Equações de transporte

As equações necessárias para simular escoamentos de fluidos em regime turbulento são as equações de conservação da quantidade de movimento, da tensão de Reynolds, da energia cinética de turbulência e da sua dissipação. Estas equações foram deduzidas por Pinho [1] utilizando como equação constitutiva a do fluido newtoniano generalizado modificado, apresentado no capítulo anterior.

A equação média da quantidade de movimento para um fluido GNF é

$$\underbrace{\rho \frac{\partial U_i}{\partial t}}_I + \underbrace{\rho U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k}}_{II} = - \underbrace{\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}}_{III} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(2\bar{\mu} S_{ik} - \overline{\rho u_i u_k} + 2\overline{\mu' s_{ik}} \right)}_{IV} \quad (28)$$

onde \bar{p} é a pressão, U_i é a velocidade segundo a direcção i e S_{ik} é o tensor da taxa de deformação. A representação por letras minúsculas ou por uma apóstrofe, significa que a quantidade é uma flutuação no tempo, as letras maiúsculas ou a barra superior designam quantidades médias no tempo e o acento circunflexo é usado para valores instantâneos no tempo.

O termo I diz respeito à parte transiente do escoamento, enquanto os restantes termos representam a advecção do escoamento (II), o gradiente de pressão (III) e a difusão do escoamento turbulento (IV), respectivamente. Em relação à equação de conservação da quantidade de movimento de fluidos não-newtonianos existe um novo termo difusivo, $2\overline{\mu' s_{ik}}$. Este representa uma tensão pseudo-elástica turbulenta. A tensão turbulenta clássica, $-\overline{\rho u_i u_k}$, será modelada através da hipótese de Boussinesq modificada, visto que a função f_μ foi alterada para contabilizar os efeitos dos fluidos viscoelásticos, [2]. O termo clássico da tensão média molecular dos fluidos

newtonianos, $2\bar{\mu}S_{ik}$, é também modificado, visto que a viscosidade molecular média deixa de ser constante e passa a ser determinada por uma expressão deduzida por Pinho [1].

A equação de transporte das tensões de Reynolds é dada por:

$$\begin{aligned}
 & \rho \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} + \overline{\rho u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{\rho u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \\
 &= -\rho \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_j u_k} - \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{p' u_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{p' u_i} \right) \\
 &+ p' \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k} - 2\bar{\mu} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \\
 &+ \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \overline{u_k u_j}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_j} - 2\overline{u_k s_{ij}} \right) + \mu' \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k} - 2\mu' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} \\
 &+ \frac{\partial \mu'}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \mu'}{\partial x_k} \left(u_j \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} \right) + \overline{\mu' u_j} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k} \\
 &+ \overline{\mu' u_i} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_k \partial x_k} + u_j \frac{\partial \mu'}{\partial x_k} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) + u_i \frac{\partial \mu'}{\partial x_k} \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_j} \right)
 \end{aligned} \tag{29}$$

e com a contracção dos índices iremos obter a equação de transporte da energia cinética de turbulência $\left(k \equiv \overline{u_{ii}^2}/2 \right)$,

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\rho \frac{Dk}{Dt}}_I &= - \underbrace{\frac{\partial \overline{u_j p}}{\partial x_j}}_{II} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{\frac{1}{2} \overline{\rho u_i u_j u_i}}_{IIIa} - \underbrace{2\bar{\mu} \overline{u_i s_{ij}}}_{IIIb} - \underbrace{2\mu' \overline{u_i s_{ij}}}_{IIIb} - \underbrace{2\mu' \overline{u_i s_{ij}}}_{IIIb} \right] \\
 &\quad - \underbrace{2\bar{\mu} \overline{s_{ij}^2}}_{IVa} - \underbrace{2\mu' \overline{s_{ij}^2}}_{IVb} - \underbrace{2\mu' \overline{s_{ij} s_{ij}}}_{Va} - \underbrace{\overline{\rho u_i u_j s_{ij}}}_{Vb}
 \end{aligned} \tag{30}$$

O termo I e II desta equação representam a taxa de variação local e convectiva da energia cinética de turbulência e o transporte convectivo da pressão, respectivamente. A difusão molecular da energia cinética de turbulência, termo III , é dividida em duas partes, uma contribuição análoga à equação newtoniana ($IIIa$) e outra não newtoniana ($IIIb$). Note-se que todos os termos indicados aqui como análogos aos das correspondentes equações de fluidos newtonianos são semelhantes aos termos clássicos newtonianos, a diferença existente é na viscosidade, esta deixa de ser constante (fluidos newtonianos) e passa a ser variável (fluidos viscoelásticos).

Para os fluidos newtonianos, a taxa média de dissipação (ε) de energia cinética turbulenta (k) por unidade de massa é definida por,

$$\rho \varepsilon_n = 2 \overline{\mu s_{ij}^2} \quad (31)$$

onde o índice n é agora usado para a distinguir da taxa de dissipação da energia cinética de turbulência para fluidos newtonianos generalizados, GNF. A equação (31) é a média temporal da taxa de dissipação instantânea definida por

$$\rho \hat{\varepsilon}_n = 2 \mu s_{ij}^2 \quad (32)$$

Por analogia, podemos definir, a taxa de dissipação instantânea para fluidos não newtonianos que obedecem ao modelo GNF, usando a viscosidade instantânea, de acordo com,

$$\rho \hat{\varepsilon}_n = 2 \hat{\mu} s_{ij}^2 \quad (33)$$

Efectuando a média temporal, obtemos a taxa média de dissipação para o fluido GNF,

$$\rho \varepsilon_n = 2 \overline{\hat{\mu} s_{ij}^2} = 2 \overline{(\mu' + \bar{\mu}) s_{ij}^2} = 2 \bar{\mu} \overline{s_{ij}^2} + 2 \overline{\mu' s_{ij}^2} \quad (34)$$

que são os dois termos de origem dissipativa, *IVa* e *IVb*.

Os termos *Va* e *Vb* são responsáveis pela produção ou acumulação de energia cinética de turbulência. Os sinais que afectam os termos indicam que existe uma fonte de produção de energia cinética de turbulência quando o sinal é positivo, ou acumulação desta energia quando o sinal é negativo. O termo *Va* aparece na equação homóloga newtoniana enquanto que o termo *Vb* é novo e de origem não-newtoniana, contabilizando parte do efeitos elásticos e viscosos associados às moléculas de polímero.

A equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética de turbulência é definida da seguinte forma

$$\begin{aligned} & \underbrace{\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}}_{Ia} + \underbrace{\rho U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k}}_{Ib} = -2 \underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \left[(\bar{\mu} + \mu') \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \right]}_{IIa} - 2 \underbrace{\frac{\partial U_k}{\partial x_m} \left[(\bar{\mu} + \mu') \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right]}_{IIb} \\ & - 2 \underbrace{\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_m} \left[(\bar{\mu} + \mu') u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right]}_{IIc} - 2 \underbrace{(\bar{\mu} + \mu') \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_m}}_{IIId} \\ & - \underbrace{(\bar{\mu} + \mu') \frac{\partial}{\partial x_k} \left[u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right]}_{IIIa} - \underbrace{2(\bar{\nu} + \nu') \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\partial p'}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right]}_{IIIb} \\ & + \underbrace{\frac{(\bar{\mu} + \mu')^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right) \right]}_{IV} - \underbrace{2 \frac{(\bar{\mu} + \mu')^2}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_m}}_{V} \\ & + 4 \underbrace{(\bar{\nu} + \nu') \frac{\partial^2 (\bar{\mu} + \mu')}{\partial x_m \partial x_k} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_m} s_{ik} \right]}_{VI} + 4 \underbrace{(\bar{\nu} + \nu') \frac{\partial (\bar{\mu} + \mu')}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial s_{ik}}{\partial x_m}}_{VII} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +2(\bar{v} + v') \frac{\partial(\bar{\mu} + \mu')}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + 4 S_{ik} \left[(\bar{v} + v') \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial^2 \mu'}{\partial x_m \partial x_k} \right] \\
 & \quad \text{VIII} \qquad \qquad \qquad \text{IX} \\
 & +4 \frac{\partial S_{ik}}{\partial x_m} \left[(\bar{v} + v') \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial \mu'}{\partial x_k} \right] + 2 \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k} \left[(\bar{v} + v') \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial \mu'}{\partial x_m} \right] \\
 & \quad \text{X} \qquad \qquad \qquad \text{XI} \\
 & +2 \frac{\partial}{\partial x_m} \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k} \right) \left[(\bar{v} + v') \mu' \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right] - 4 v' \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial}{\partial x_m} \left[\frac{\partial \mu'}{\partial x_k} s_{ik} \right] \\
 & \quad \text{XII} \qquad \qquad \qquad \text{XIIIa} \\
 & -2 v' \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial}{\partial x_m} \left[\mu' \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \right] + 2 \mu' \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial}{\partial x_m} \left[\frac{\partial u_i u_k}{\partial x_k} \right] \\
 & \quad \text{XIIIb} \qquad \qquad \qquad \text{XIV} \\
 & + \frac{\partial(\bar{\mu} + \mu')}{\partial t} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} + U_k \frac{\partial(\bar{\mu} + \mu')}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \\
 & \quad \text{XVa} \qquad \qquad \qquad \text{XVb}
 \end{aligned} \tag{35}$$

Nesta última equação, e como já sucedia nas equações anteriores, existem termos análogos aos da equação newtoniana e outros novos termos não newtonianos. Estes últimos podem ser facilmente identificados pelo seu envolvimento com as flutuações da viscosidade. O significado físico destes termos pode ser identificado, devido às semelhanças com os termos que envolvem a viscosidade média.

Na Eq. (35) são apresentadas definições alternativas para a taxa de dissipação média e instantânea da seguinte forma: $\rho \hat{\varepsilon} \equiv (\bar{\mu} + \mu') (\partial u_i / \partial x_m) (\partial u_i / \partial x_m)$ e $\rho \varepsilon \equiv \overline{(\bar{\mu} + \mu') (\partial u_i / \partial x_m) (\partial u_i / \partial x_m)}$. Estas duas definições da taxa de dissipação são equivalentes às equações (33) e (34), considerando que a turbulência do escoamento é homogênea.

Pinho [1], após ter deduzido estas equações de transporte para um fluido newtoniano generalizado, realizou uma análise da ordem de grandeza das equações

visando simplificá-las, mantendo assim só os termos relevantes. Desta forma reduziu-se o número de termos com a necessidade de modelação.

3.2 Modelação das equações de transporte

O modelo turbulento para as equações de transporte apresentadas na secção anterior foi inicialmente desenvolvido por Pinho [1], e teve por base o modelo turbulento $k-\varepsilon$ de Nagano e Hishida [41], devido à sua capacidade de prever com precisão escoamentos turbulentos de baixos números de Reynolds de fluidos newtonianos em conduta.

Segundo Pinho [1], a modelação das equações de transporte para escoamentos turbulentos resume-se a:

- i. Equação da quantidade de movimento;

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(2\bar{\mu} S_{ik} - \overline{\rho u_i u_k} + 2\overline{\mu' s_{ik}} \right)$$

os termos que necessitam de modelação são $2\overline{\mu' s_{ik}}$ e $-\overline{\rho u_i u_k}$. A modelação do termo da tensão pseudo-elástica turbulenta, $2\overline{\mu' s_{ik}}$, faz parte da contribuição desta tese e será desenvolvida no capítulo seguinte. As tensões de Reynolds, $\overline{\rho u_i u_k}$, são expressadas pela hipótese da viscosidade turbulenta

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_T S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (36)$$

a viscosidade turbulenta é especificada em função de k e ε , como outros modelos para baixos números de Reynolds através

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}. \quad (37)$$

A função de amortecimento, f_μ , é utilizada nos modelos de turbulência de baixo números de Reynolds, com o objectivo de amortecer o efeito da viscosidade turbulenta nas zonas próximas da parede do escoamento, favorecendo o efeito da viscosidade média molecular nestas zonas.

ii. Equação de transporte da energia cinética de turbulência;

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \rho \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - 2 \overline{\mu' s_{ij} S_{ij}} - \overline{\rho u_i u_j S_{ij}} - \rho \varepsilon \quad (38)$$

iii. Equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética de turbulência;

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = & \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\bar{\mu} + \rho \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_i} \right] + \rho f_1 C_{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon}{k} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \rho f_2 C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{k} \\ & + \rho C_{\varepsilon_3} \frac{\varepsilon}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial t} + \rho C_{\varepsilon_3} \frac{\varepsilon}{\bar{\mu}} U_i \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x_i} + C_{\varepsilon_4} \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon \bar{V}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (39)$$

Apesar de Pinho [1] ter apresentado uma modelação para as equações de transporte, não forneceu detalhes dos valores e formas dos parâmetros e das funções de amortecimento. Na sequência, Pinho e Cruz [2] completou o modelo com o desenvolvimento das funções de amortecimento especificando os valores dos parâmetros usados, concluindo assim o fecho do modelo turbulento.

Resumindo, as equações básicas a ser resolvidas são a equação de conservação da quantidade de movimento e da continuidade e as equações associadas ao modelo turbulento $k-\varepsilon$ adoptado para escoamentos desenvolvidos em condutas. A equação da continuidade não é afectada pela reologia do fluido e por isso não é modificada. A equação da quantidade de movimento para escoamentos desenvolvidos em conduta passa a ser

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \left(2\bar{\mu}S_{ik} - \rho \overline{u_i u_k} + 2\overline{\mu' s_{ik}} \right)}{\partial x_k} = 0, \quad (40)$$

A viscosidade média molecular ($\bar{\mu}$) utilizada no presente modelo turbulento $k-\varepsilon$ é definida pela Eq. (41) combinando a contribuição viscosimétrica pura da viscosidade de corte (η_v na Eq. (42)) com contribuição da viscosidade média molecular para elevados números de Reynolds ($\bar{\mu}_h$) da Eq.(43):

$$\bar{\mu} = f_v \bar{\mu}_h + (1 - f_v) \eta_v, \quad (41)$$

$$\eta_v = K_v [\dot{\gamma}^2]^{(n-1)/2}, \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_h = & \left(C_\mu \rho \right)^{3m(m-1)A_2/(8+3m(m-1)A_2)} \times 2^{4m(m-1)A_2/(8+3m(m-1)A_2)} \\ & \times k^{6m(m-1)A_2/(8+3m(m-1)A_2)} \times \varepsilon^{([8-3(M-1)A_2]m)/(8+3m(m-1)A_2)} \times B^{8/(8+3m(m-1)A_2)} \end{aligned} \quad (43)$$

onde K_v e n são os parâmetros da lei de potência, f_v é a função amortecimento e k e ε representa a energia cinética de turbulência e a taxa de dissipação, respectivamente. A variável da viscosidade da equação constitutiva GNF, Eq. (22), é dada pela Eq. (44):

$$\mu = \eta_v K_e [\dot{\varepsilon}^2]^{(p-1)/2}. \quad (44)$$

A parte reo-espessante da viscosidade extensional é contabilizada através da razão entre a viscosidade extensional (η_e) e a viscosidade de corte (η_v) como indica a equação seguinte:

$$K_e [\dot{\epsilon}^2]^{(p-1)/2} = \frac{1}{3} \frac{\eta_e(\dot{\epsilon})}{\eta_v(\dot{\gamma})}, \quad (45)$$

com $\dot{\gamma} = \sqrt{3}\dot{\epsilon}$ e K_e e p que representam os parâmetros ajustados à razão de Trouton. $\dot{\gamma}$ e $\dot{\epsilon}$ são invariantes do tensor taxa de deformação. Mais detalhes deste modelo podem ser encontrado em Cruz e Pinho [2].

Os parâmetros reológicos dos diferentes fluidos, introduzidos nas simulações numéricas, podem ser listados na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros da lei da viscosidade das Eq. (42)-(45) usados para ajustar aos dados experimentais da viscosidade de Escudier et al. [29].

| Fluid | $k_v (Pas^n)$ | n | k_e | p |
|----------------------|---------------|--------|--------|--------|
| 0.25% CMC | 0.2639 | 0.6174 | 2.0760 | 1.2678 |
| 0.09% CMC / 0.09% XG | 0.15178 | 0.5783 | 2.1833 | 1.1638 |
| 0.2% XG | 0.2701 | 0.4409 | 3.8519 | 1.2592 |
| 0.125% PAA | 0.2491 | 0.425 | 8.25 | 1.4796 |

A modelação das tensões de Reynolds mantém-se, sendo expressa pela hipótese da viscosidade turbulenta, Eq. (36),

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_T S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (36)$$

com

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k}{\varepsilon}. \quad (46)$$

Consequentemente, as equações de transporte para k e ε , apresentadas a seguir, têm que ser resolvidas. E para fechar a equação de movimento é necessário determinar a tensão pseudo-elástica $2\overline{\mu's_{ij}}$ que será apresentada no próximo capítulo.

A equação de transporte de k para escoamento desenvolvido em conduta, depois de modelar os termos clássicos, é

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\bar{\mu}}{\rho} + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \frac{2}{\rho} \overline{\mu's_{ij}} S_{ij} - \overline{u_i u_j} S_{ij} - \varepsilon \quad (47)$$

Esta equação difere da equação do modelo de Cruz e Pinho [2], no segundo termo do lado direito da equação. A verdadeira taxa de dissipação ε de k é relacionada com a modificada taxa de dissipação $\tilde{\varepsilon}$ através de

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + D, \quad (48)$$

onde o modelo de Nagano e Hishida [41] é adoptado para o termo D e agora escrito para escoamento em conduta

$$D = 2\bar{v} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial r} \right)^2. \quad (49)$$

A razão do uso da taxa de dissipação de $\tilde{\varepsilon}$ em vez da tradicional taxa de dissipação ε deve-se ao facto desta ser nula na condição de fronteira de parede, criando assim estabilidade na convergência do cálculo numérico.

A equação de transporte de ε não é modificada relativamente a Cruz e Pinho [2], e no caso do escoamento desenvolvido em conduta esta é dada por

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\bar{\mu} + \rho \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial r} \right] + \rho f_1 C_{\varepsilon_1} \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P - \rho f_2 C_{\varepsilon_2} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + \rho E + C_{\varepsilon_4} \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon \bar{v}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial r} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial r}. \quad (50)$$

Alguns destes termos e funções de amortecimento que aparecem neste conjunto de equações são

$$E = \bar{v} v_T \left(1 - f_\mu \right) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)^2, \quad (51)$$

$$f_1 = 1.0 \text{ e } f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_T^2) \text{ com } R_T = \frac{k^2}{\bar{v} \tilde{\varepsilon}}, \quad (52)$$

$$f_v = f_\mu, \quad (53)$$

e

$$f_\mu = \underbrace{\left\{ 1 - \left[1 + \left| \frac{1-n}{1+n} \right| y^+ \right]^{-|1+n/1-n|/A^+} \right\}}_{f_{\mu v}} \times \underbrace{\left\{ 1 - \left[1 + \left| \frac{p-1}{3-p} \right| y^+ C^{\frac{1-p}{2-p}} \right]^{-|3-p/p-1|/A^+} \right\}}_{f_{\mu e}} \quad (54)$$

A função de amortecimento f_μ da viscosidade turbulenta foi modificada para contabilizar comportamentos viscoelásticos, fluidos com redução do arrasto, através de $f_{\mu v}$ e $f_{\mu e}$. A finalidade das funções $f_{\mu v}$ e $f_{\mu e}$ é capturar o comportamento reológico com características viscosas reo-fluidificantes ($n < 1$) e elásticas reo-espessantes ($p > 1$),

respectivamente. Estas podem ter comportamentos simultâneos, fluidos de soluções poliméricas, mas quando passamos para fluidos newtonianos a função f_μ reduz-se à função de Van Driest.

A coordenada da parede é calculada através da velocidade de fricção u_τ e da viscosidade de corte média molecular na parede, $\bar{\nu}_w$:

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\bar{\nu}_w} \quad (55)$$

Os restantes parâmetros do modelo turbulento são listados na Tabela 3. O número de Reynolds é calculado, ao longo deste trabalho, com base no diâmetro da conduta, na velocidade média do escoamento e na viscosidade de corte na parede.

Tabela 3 – Parâmetros do modelo k - ε para baixos números de Reynolds sem a tensão pseudo-elástica

| C_μ | σ_k | σ_ε | C_{ε_1} | C_{ε_2} | C_{ε_4} | A_ε | A_2 | C |
|---------|------------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|-------|-----|
| 0.09 | 1.0 | 1.3 | 1.45 | 1.90 | 1.0 | 10 | 0.45 | 45 |

Neste capítulo foram apresentadas as equações governativas e o modelo de turbulência com os respectivos parâmetros e funções de amortecimento. O fecho do modelo turbulento será efectuado no capítulo seguinte com a modelação do termo da tensão pseudo-elástica.

Capítulo 4

Modelação da tensão pseudo-elástica

O fecho do conjunto de equações, apresentado no capítulo anterior requer um modelo para o termo da tensão pseudo-elástica $2\overline{\mu's_{ij}}$ que contabiliza a correlação entre as flutuações da viscosidade e do tensor da taxa de deformação. Para desenvolver um modelo para esta tensão, foram feitas estimativas individuais para as flutuações da viscosidade e da taxa de deformação, depois foram agrupadas e multiplicadas por um parâmetro quantificado. O modelo deve incluir uma dependência de n e de p para que a tensão desapareça no limite newtoniano ($n=1$ e $p=1$).

Por definição [1], a flutuação da viscosidade é proporcional a

$$\mu' \propto K_v K_e (\dot{\epsilon}')^{p-1} (\dot{\gamma}')^{n-1} \quad (56)$$

onde as flutuações dos invariantes $\dot{\epsilon}'$ e $\dot{\gamma}'$ são dadas pelas seguintes expressões

$$\dot{\gamma}' \sim \sqrt{s_{ij}s_{ij}} \quad \text{e} \quad \dot{\epsilon}' \sim \frac{\sqrt{s_{ij}s_{ij}}}{A_\epsilon}. \quad (57)$$

A_ϵ é um parâmetro empírico, listado na Tabela 3, usado para quantificar a relação entre taxa de deformação de corte e a taxa de deformação normal dentro do escoamento [2].

Chamando $S \equiv \sqrt{s_{ij}s_{ij}}$ para designar uma quantidade invariante, e substituindo na Eq. (56) obtém-se

$$\mu' \propto \frac{K_v K_e}{A_\epsilon^{p-1}} S^{p+n-2}, \quad (58)$$

e consequentemente

$$\mu's_{ij} \propto \frac{K_v K_e}{A_\epsilon^{p-1}} S^{p+n-2} s_{ij}. \quad (59)$$

Agora, S e s_{ij} devem ser estimados em função de quantidades conhecidas de forma a chegar ao fecho das equações. As estimativas para S e s_{ij} são baseadas no contexto da camada limite e duas suposições são invocadas:

- 1) encontramos-nos numa região de equilíbrio, onde a produção da turbulência balança com a taxa de dissipação e
- 2) a tensão pseudo-elástica não interfere significativamente nesse equilíbrio.

Como, dentro da camada limite, $S \sim \partial u' / \partial y$, então

$$P_k = -\rho \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \approx \rho \varepsilon = 2 \overline{\mu s_{ij}^2} \sim 2 \overline{\mu} S^2. \quad (60)$$

Invocando a hipótese da viscosidade turbulenta para as tensões de Reynolds (Eq. (36) e (46))

$$\rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \sim 2 \overline{\mu} S^2, \quad (61)$$

de qual S é estimado da seguinte maneira

$$S = \sqrt{\frac{\rho C_\mu f_\mu (k^2 / \tilde{\varepsilon}) (\partial U / \partial y)^2}{2 \overline{\mu}}}, \quad (62a)$$

ou, em termos mais generalizados

$$S = \sqrt{\frac{\rho C_\mu f_\mu (k^2 / \tilde{\varepsilon}) s_{ij} s_{ij}}{2 \overline{\mu}}}. \quad (62b)$$

Dentro da camada limite $s_{ij} \approx \partial u_i / \partial x_j \sim \partial u / \partial y$ e $u_i \sim \sqrt{u_i u_j}$. Assumindo o modelo da tensão de Reynolds de corte (Eq. (36)), a estimativa para a flutuação da velocidade é dada por

$$u_i \sim \sqrt{\rho C_{\mu} f_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{\partial U}{\partial y}}, \quad (63)$$

e a estimativa para s_{ij} é

$$s_{ij} \sim \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \sim \frac{u_i}{L_c} \quad (64)$$

L_c é uma estimativa das escalas espaciais de turbulência que tem em conta escoamentos longe da parede para elevados números de Reynolds e o efeito de amortecimento na aproximação de uma parede. Longe da parede

$$L_c = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (65a)$$

perto da parede L_c deve ser

$$L_c = \frac{u_{\tau}^3}{\varepsilon} \quad (65b)$$

Para igualar suavemente estes dois comportamentos, é usada a seguinte expressão generalizada

$$\frac{1}{L_c} = \frac{\varepsilon}{u_R^3} \quad (66a)$$

introduzindo a escala da velocidade u_R que iguala ambos os comportamentos limite de acordo com

$$u_R^2 = \frac{k}{\left| \exp\left(-\left(k/u_r^2\right)^\alpha\right) - 1 \right|^{1/\alpha}} \text{ com } \alpha = 4. \quad (66b)$$

Assim sendo, a expressão final para o termo da tensão pseudo-elástica é

$$2\overline{\mu's_{ij}} = \tilde{C} \frac{K_v K_e}{A_\varepsilon^{p-1}} \left[\frac{\rho C_\mu f_\mu k^2}{2\overline{\mu}\tilde{\varepsilon}} S_{ij} S_{ij} \right]^{(p+n-2)/2} \times \sqrt{\rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}} \times \frac{1}{L_c} \times \frac{S_{ij}}{\sqrt[4]{S_{ij} S_{ij}}} \quad (67a)$$

com $1/L_c$ dado pela Eq. (29). Para escoamento de corte completamente desenvolvido a Eq. (30a) é escrita da seguinte forma

$$2\overline{\mu's_{xy}} = \tilde{C} \frac{K_v K_e}{A_\varepsilon^{p-1}} \left[\frac{\rho C_\mu f_\mu k^2}{2\overline{\mu}\tilde{\varepsilon}} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right]^{(p+n-2)/2} \times \sqrt{\rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}} \times \frac{1}{L_c} \times \frac{\partial U / \partial y}{\sqrt{|\partial U / \partial y|}}. \quad (67b)$$

A tensão pseudo-elástica deve desaparecer no limite newtoniano porque deixam de existir flutuações da viscosidade, e para chegar à expressão adequada para \tilde{C} o seguinte argumento deve ser desenvolvido. Por definição, a flutuação da viscosidade é

$$\mu' = C_1 \left[\hat{S}_{ij}^2 \right]^{(n+p-2)/2} - C_1 \left[\overline{\hat{S}_{ij}^2} \right]^{(n+p-2)/2}, \quad (68)$$

onde C_1 é um parâmetro [1] da equação exacta. Assumindo $\left(\hat{S}_{ij}^2 \right)^a \approx \left(\overline{s_{ij}^2} \right)^a$ com base na turbulência de elevados números de Reynolds [42], então

$$\begin{aligned}\mu' &= C_1 \left[(S_{ij} + s_{ij})^2 \right]^{(n+p-2)/2} - C_1 \left[\overline{s_{ij}^2} \right]^{(n+p-2)/2} \\ &= C_1 \left[\overline{s_{ij}^2} \right]^{(n+p-2)/2} \left\{ \left[\frac{(S_{ij} + s_{ij})^2}{\overline{s_{ij}^2}} \right]^{(n+p-2)/2} - 1 \right\}\end{aligned}\quad (69)$$

O termo dentro das chavetas tem que desaparecer no limite Newtoniano ($p=1$ e $n=1$).

$$\begin{aligned}\left[\frac{(S_{ij} + s_{ij})^2}{\overline{s_{ij}^2}} \right]^{(n+p-2)/2} - 1 &= \left[\left(\frac{S_{ij}}{\sqrt{\overline{s_{ij}^2}}} + \frac{s_{ij}}{\sqrt{\overline{s_{ij}^2}}} \right)^2 \right]^{(n+p-2)/2} - 1 \\ &\sim \left[(C_0 + 1)^2 \right]^{(n+p-2)/2} - 1\end{aligned}\quad (70)$$

Portanto chegamos à forma de que contém um parâmetro que tem que ser quantificado, C_0 :

$$\tilde{C} = (1 + C_0)^{p+n-2} - 1. \quad (71)$$

O modelo para a tensão pseudo-elástica na Eq. (67a) pode então ser expressa como um produto de um tensor da taxa de deformação médio (S_{ij}) por um coeficiente similar a uma segunda viscosidade turbulenta, que agora também depende do campo médio e turbulento do escoamento.

A dedução deste modelo para o termo da tensão pseudo-elástica conclui assim a primeira grande contribuição desta tese. No capítulo 6, o impacto deste termo no modelo viscoelástico de Cruz e Pinho [2] será analisado, verificando-se também o seu desempenho.

Capítulo 5

Modelo anisotrópico para as tensões de Reynolds

A capacidade de prever a anisotropia das tensões de Reynolds normais é introduzida neste capítulo com o desenvolvimento de um modelo não linear, baseado num modelo já existente para fluidos newtonianos, e que será modificado pela inclusão de três funções correctivas viscoelásticas.

As tensões de Reynolds da Eq. (36), onde as tensões normais eram isotrópicas, foram substituídas por uma expressão anisotrópica, Eq. (72), que será discutida pormenorizadamente.

O modelo adoptado para calcular o tensor das tensões de Reynolds (Eq. (72)) segue a sugestão de Park et al. [21] para fluidos newtonianos e foi unicamente modificado pelas funções $f_{n,1}$ a $f_{n,3}$ que serão discutidas nesta secção. Nesta equação, os termos de segunda ordem providenciam a anisotropia das componentes das tensões normais. Note-se que estes termos de ordem superior são nulos para a tensão de corte em escoamentos completamente desenvolvidos para conduta, reduzindo-se também à tensão de corte da Equação (36).

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} = & \nu_T S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - k \left(\tilde{\beta}_2 f_{n,1} + C_W \tilde{\beta}_{2,wall} f_{n,3} \right) \left(S_{ik}^* S_{kj}^* - \frac{1}{6} S^{*2} \delta_{ij} \right) - \\ & - k \left(\tilde{\beta}_3 f_{n,2} + C_W \tilde{\beta}_{3,wall} f_{n,3} \right) \left(W_{ik}^* S_{kj}^* - S_{ik}^* W_{kj}^* \right) \end{aligned} \quad (72)$$

Os termos não lineares dependem dos tensores cinemáticos do escoamento médio S_{ij} e W_{ij} , a taxa de deformação e o tensor de rotação, que são definidos abaixo

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (73)$$

Os asteriscos na Eq. (72), e noutros lados, indicam que são valores normalizados ($S_{ij}^* = S_{ij} k / \tilde{\varepsilon}$ e $W_{ij}^* = W_{ij} k / \tilde{\varepsilon}$).

Uma vez que as equações de transporte para k e ε forem resolvidas, as tensões de Reynolds normais podem ser individualmente calculadas através da Eq. (72). Esta parte não linear foi modificada tendo em conta a reologia do fluido e, em particular o aumento da anisotropia das tensões de Reynolds normais com a redução de arrasto, de acordo com observações experimentais. Estas modificações foram introduzidas via funções não-newtonianas $f_{n,1}$, $f_{n,2}$ e $f_{n,3}$, melhorando a capacidade das previsões do modelo, enquanto asseguram as restrições da realizabilidade. Antes de apresentar estas funções, que se reduzem a valores unitários para fluidos newtonianos, o modelo anisotrópico é introduzido. Este modelo corresponde ao de Park et al. [21] que foi calibrado com a ajuda dos dados disponíveis de DNS para fluidos newtonianos em escoamentos desenvolvidos entre placas paralelas.

As várias funções que aparecem nos termos não lineares da Eq. (72) tomam a seguinte forma:

$$\tilde{\beta}_2 = C_\mu f_{s1} f_w^2 \quad \tilde{\beta}_3 = C_\mu f_{s2} f_w^2 \quad (74)$$

$$\tilde{\beta}_{2,wall} = (1 - f_w) 2.5 S_B / S_W \quad \tilde{\beta}_{3,wall} = (1 - f_w) \left(1.8 S_B / S_W - \tilde{\beta}_3 \right) \quad (75)$$

$$S_W = 1 + \left[MAX(S^*, W^*) \right]^2 \quad S_B = 2 S_{mn}^* S_{mn}^* (1 - \delta_{mn}) / S^{*2} \quad (76)$$

$$f_{s1} = \frac{(1 + \eta_S f_{\mu 2})}{(1 + 4\eta_S + 4\eta_S^2)} \quad f_{s2} = \frac{(1 + \eta_S f_{\mu 2})}{(1 + \eta_S + 8\eta_S^2)} \quad (77)$$

$$S^* = \sqrt{2 S_{ij}^* S_{ij}^*} \quad W^* = \sqrt{2 W_{ij}^* W_{ij}^*} \quad (78)$$

$$\eta_S = C_\mu MAX(\eta, \xi) \quad \eta = f_w S^* \quad \xi = f_w W^* \quad (79)$$

Função $f_{\mu 2}$ é dada pela Equação (80) e requer as quantidades definidas nas Equações (81)-(84).

$$f_{\mu 2} = \frac{(15/3)(1+g)}{(g^2 + 1.125 \cdot C_\mu g^3 + A_S)} \quad (80)$$

com

$$A_S = \tilde{\alpha}_3^2 \xi^2 - \tilde{\alpha}_2^2 \eta^2 / 3 \quad (81)$$

$$g = \begin{cases} \frac{C_0}{3} + (P_1 + \sqrt{P_2})^{1/3} + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2}) |P_1 - \sqrt{P_2}|^{1/3} & , P_2 \geq 0 \\ \frac{C_0}{3} + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}}\right)\right) & , P_2 < 0 \end{cases} \quad (82)$$

$$P_1 = C_0 \left[\frac{C_0^2}{27} - \frac{(A_S + \tilde{\alpha}_1 \eta^2)}{6} + \frac{1}{2} \right] \quad (83)$$

$$P_2 = P_1^2 - \left[\frac{C_0^2}{9} - \frac{(A_S + \tilde{\alpha}_1 \eta^2)}{3} \right] \quad (84)$$

Embora a determinação de f_w em escoamentos gerais requeira a solução elíptica do tipo Helmholtz, como explicado no Park et al. [21], no caso de um escoamento completamente desenvolvido, a equação reduz-se à função de Van Driest usada por Patel et al. (1985), com o parâmetro de Van Driest tomando o valor de 42, optando assim aqui por essa forma, i.e.

$$f_w = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{42}\right) \quad (85)$$

Os valores numéricos dos parâmetros usados nas equações estão listados na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros usados no modelo anisotrópico.

| C_0 | $\tilde{\alpha}_1$ | $\tilde{\alpha}_2$ | $\tilde{\alpha}_3$ |
|-------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 2.4 | -0.48 | -0.375 | -0.8 |

É importante compreender que a complexidade deste modelo origina do facto que este foi inicialmente deduzido para separação de escoamentos de fluidos newtonianos, sendo assim um modelo mais generalizado. Aqui, é claro, que só estamos a usar a situação mais simples de um escoamento completamente desenvolvido em conduta.

O modelo não linear, esboçado anteriormente, é capaz de prever a anisotropia das tensões de Reynolds normais e o aumento da anisotropia turbulenta com o aumento da redução de arrasto devido à reologia do fluido (com a redução de n e o aumento de p), mesmo quando as funções correctivas são unitárias. A causa deste comportamento deve-se ao facto do modelo não linear ser influenciado via reologia não-newtoniana que depende da distribuição modificada de k e $\tilde{\varepsilon}$, sendo esta também apropriadamente afectada pela reologia do fluido através da parte isotrópica do modelo. Todavia, o uso destas funções podem melhorar significativamente a qualidade das previsões em termos das tensões de Reynolds normais e a sua anisotropia.

As funções viscoelásticas têm diferentes papéis: $f_{n,3}$ foi introduzido para assegurar a realizabilidade do modelo quando passamos de fluidos newtonianos, para

não-newtonianos onde as outras funções são utilizadas para melhorar o desempenho do modelo. Especificamente, $f_{n,2}$ corrige a distribuição de $\overline{v^2}$ e é dividido em duas contribuições: $f_{n,21}$ diminui $\overline{v^2}$ junto à parede, enquanto que $f_{n,22}$ aumenta $\overline{v^2}$ longe da parede. Finalmente, $f_{n,1}$ é usado para corrigir $\overline{w^2}$ ao longo de todo o caminho através da condução. Note-se que $\overline{u^2}$ não requer de nenhuma correcção. De facto, $\overline{u^2}$ aumenta com a redução de arrasto (quando normalizado com quantidades de parede) enquanto que existe uma redução de ambas as tensões normais; tangenciais e radiais. O modelo não modificado, não linear, tende a reduzir estas duas tensões normais, por um lado exageradamente, levando-as a valores negativos fisicamente irreais sob certas condições; ou por outro insuficientemente, exigindo assim correcções que são efectuadas pelas funções correctivas viscoelásticas. O principal problema de realizabilidade consiste na tensão normal radial que é a mais baixa das três tensões normais. Para puro escoamento de corte, a realizabilidade impõe a seguinte desigualdade na componente da tensão

$$\left[\frac{(\tilde{\beta}_3 f_{n,2} + C_W \tilde{\beta}_{3,wall} f_{n,3})}{2} - \frac{(\tilde{\beta}_2 f_{n,1} + C_W \tilde{\beta}_{2,wall} f_{n,3})}{12} \right] \leq \frac{2}{3} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{k}{\tilde{\varepsilon}} \right)^{-2} \quad (86a)$$

enquanto para a componente tangencial nós temos um condição menos restrita.

$$\left[\frac{(\tilde{\beta}_2 f_{n,1} + C_W \tilde{\beta}_{2,wall} f_{n,3})}{4} \right] \left(\frac{\partial U}{\partial y} \frac{k}{\tilde{\varepsilon}} \right)^2 \leq 1 \quad (86b)$$

O maior problema surge junto à parede e é basicamente controlado pela função $f_{n,3}$, que complementa os papéis de $\tilde{\beta}_2$, $\tilde{\beta}_3$, $\tilde{\beta}_{2,wall}$ e $\tilde{\beta}_{3,wall}$ já introduzidas por Park et al. [21] para assegurar a realizabilidade com fluidos newtonianos. As três funções correctivas não-newtonianas foram deduzidas, empiricamente, com a ajuda dos limites

dos fluidos teóricos (fluidos tendo a viscosidade de corte constante ($n=1$) e diferentes graus de reo-espessamento da razão de Trouton ($p>1$); fluidos puramente viscosos reo-fluidificantes ($n<1$) e constante razão de Trouton ($p=1$)) depois de invocar três suposições: (i) para fluidos newtonianos ($p=n=1$) o modelo não linear deve reduzir-se ao de Park et al. [21], i.e., $f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$; (ii) a anisotropia das tensões de Reynolds deve aumentar com a redução de arrasto (i.e., ao diminuir n abaixo de 1 e/ou ao aumentar p acima de 1), com o efeito de p muito mais forte do que o de n , de acordo com os efeitos correspondentes nos quantificadores da redução de arrasto (factor de fricção e velocidade média) (ver Cruz e Pinho [2]); (iii) realizabilidade deve ser assegurada para todos os valores de n e de p conduzindo a valores elevados do factor de fricção previstos pela assíntota da máxima redução de arrasto de Virk.

Para chegar às expressões para as funções correctivas abaixo, houve a preocupação de melhorar quanto possível as previsões das tensões de Reynolds normais para os diversos fluidos, em que existiam dados experimentais. Considerando a segundo esta definição $a \equiv |2 - n - p|$, as funções correctivas tomam a seguinte forma:

$$f_{n,1} = \left[0.9a \frac{1+0.9a}{K_e} \right]^{-1.7a} \quad (87)$$

$$f_{n,2} = \left[f_{n,21} + f_{n,22} \right]^{\frac{1.75(p-n)+2K_e a}{3.6+a}} \quad (88)$$

$$f_{n,21} = (0.8 + 0.0048R_T)^{0.7} \left[\frac{f_{n,211}}{y^+} \right]^{0.454(p-n+K_e a)^{-0.4665}} \quad (89)$$

$$f_{n,211} = 8E6 \left[0.94 \frac{p}{n} + a \left(\frac{3.6n}{K_e p} + 0.85K_e \right) + \frac{0.15 \frac{n}{p}}{0.85(p-n)+0.01} + \frac{0.15(p-n)}{0.85K_e a + 0.01} \right]^{-12.603} \quad (90)$$

$$f_{n,22} = \frac{K_e a (5y^+)^{0.01}}{1.95 - p + n} \quad (91)$$

$$f_{n,3} = \left[0.5a + \frac{1 - 0.1a}{0.8(K_e + a) + 0.2} \right]^{a^{0.05}} \quad (92)$$

Para discutir o assunto da realizabilidade começamos por analisar a Eq. (86a). Para fluidos newtonianos, as funções apresentadas por Park et al. [21] asseguram que o modelo tenha sempre valores fisicamente realísticos, como no exemplo mostrado pelas duas curvas superiores da Fig. 8. As linhas grossas representam o lado direito (LD) da Equação (86a) para um escoamento de água com $Re=42900$ e conseguimos ver que o uso das funções $\tilde{\beta}$ de Park et al. assegura que o lado esquerdo (LE) é sempre inferior que o limite superior. Contudo, para fluidos elásticos este pode não ser o caso, como podemos ver nas três curvas inferiores: as linhas grossas agora representam o LD para o escoamento 0.125% PAA para $Re=42900$, a linha de tracejado longo representa o LE da Eq. (86a) quando as funções correctivas estão desligadas (i.e. $f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$) e a linha de tracejado curto representa o LE com as funções correctivas incluídas. Quando as funções correctivas são desligadas parece que a realizabilidade está sendo forçada mas não é assim, porque junto ao limite da subcamada viscosa o LE excede ligeiramente o limite superior, e para outros fluidos e/ou números de Reynolds para os quais a redução de arrasto é elevada essa diferença é maior, originando tensões de Reynolds normais radiais negativas. Esta situação anormal é corrigida com as funções viscoelásticas correctivas adoptadas aqui.

O problema maior é na subcamada viscosa, região afectada por $f_{n,3}$ e, como o balanço da quantidade do movimento, da energia cinética turbulência e da sua taxa de dissipação são independentes do modelo das tensões de Reynolds não lineares (para escoamentos completamente desenvolvidos em condutas ou em placas paralelas), o LE da Equação (86a) é representada por uma única curva para cada fluido na Fig. 8. Uma

vez que $f_{n,3}$ é conhecido, é possível determinar os valores máximos para as funções correctivas $f_{n,1}$ e $f_{n,2}$ de forma a não violarem a realizabilidade. A função $f_{n,1}$ tem um impacto mais directo em $\overline{w^2}$ mas também afecta $\overline{v^2}$ e assim a sua forma muda os limites de $f_{n,2}$ e vice-versa. Este efeito cruzado foi analisado extensivamente e as Equações (87) até (92) asseguram a realizabilidade de ambas e também melhoram as previsões para todos os fluidos considerados neste trabalho, assim como para os fluidos que contêm diferentes parâmetros de n , p e K_e , do que aqueles considerados aqui, cobrindo assim uma extensa gama de valores.

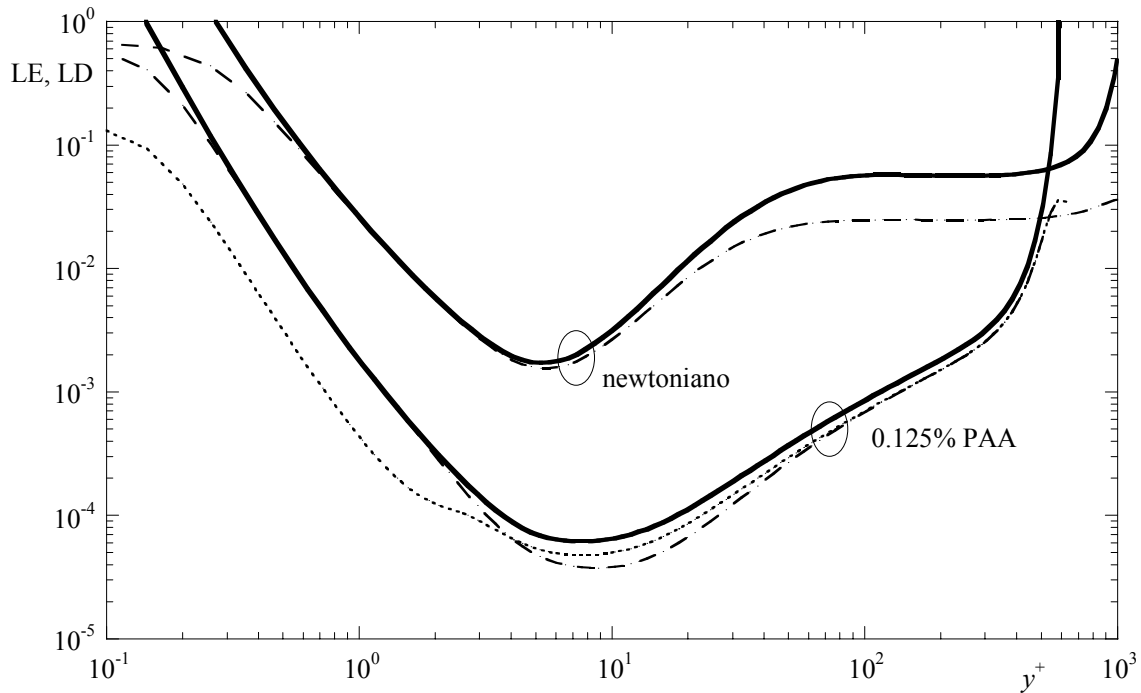
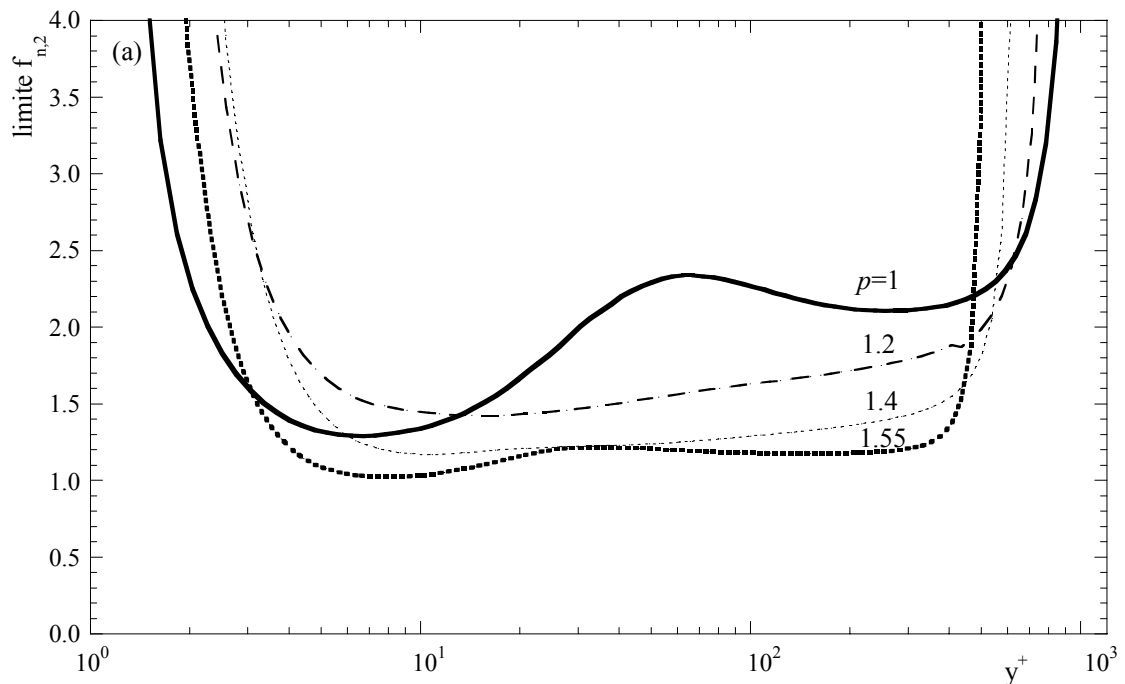


Fig. 8. Comparação entre o lado direito (linhas grossas) e o lado esquerdo (linhas finas) da Eq. (86a) de realizabilidade para escoamento turbulento em condutas de água (curvas superiores) e de solução 0.125% PAA (curvas inferiores) para $Re=42900$: tracejado longo ($f_{n,3} = 1$), tracejado curto ($f_{n,3}$ pela Eq. (92)).

Para ilustrar o impacto da reologia nos limites da realizabilidade, apresentamos os efeitos dos parâmetros reológicos n , p e K_e nos valores limite da função $f_{n,2}$ na Fig. 9, quando as funções $f_{n,1}$ e $f_{n,3}$ são dadas pelas Equações (87) e (92), respectivamente. Os dados mostram condições que ao direccionar-nos a um aumento da redução de arrasto (reo-espessamento da razão de Trouton e/ou reo-fluidificante da viscosidade viscométrica) reduz o intervalo da realizabilidade. No caso do parâmetro p , o efeito do valor limite de $f_{n,2}$ é basicamente na zona intermédia e nas baixas regiões da lei logarítmica, enquanto que ao diminuir n irá também reduzir drasticamente o valor limite de $f_{n,2}$ a elevados números de y^+ . Contudo, isto não é tão dramático como se pensa porque é pouco provável que tais valores de y^+ sejam atingidos com soluções poliméricas.

A função $f_{n,1}$, por outro lado, afecta o termo negativo da Eq. (86a) com o alargar das condições de realizabilidade, mas se for muito grande irá reduzir excessivamente a tensão normal tangencial levando-a possivelmente a valores negativos (Equação (86b)).



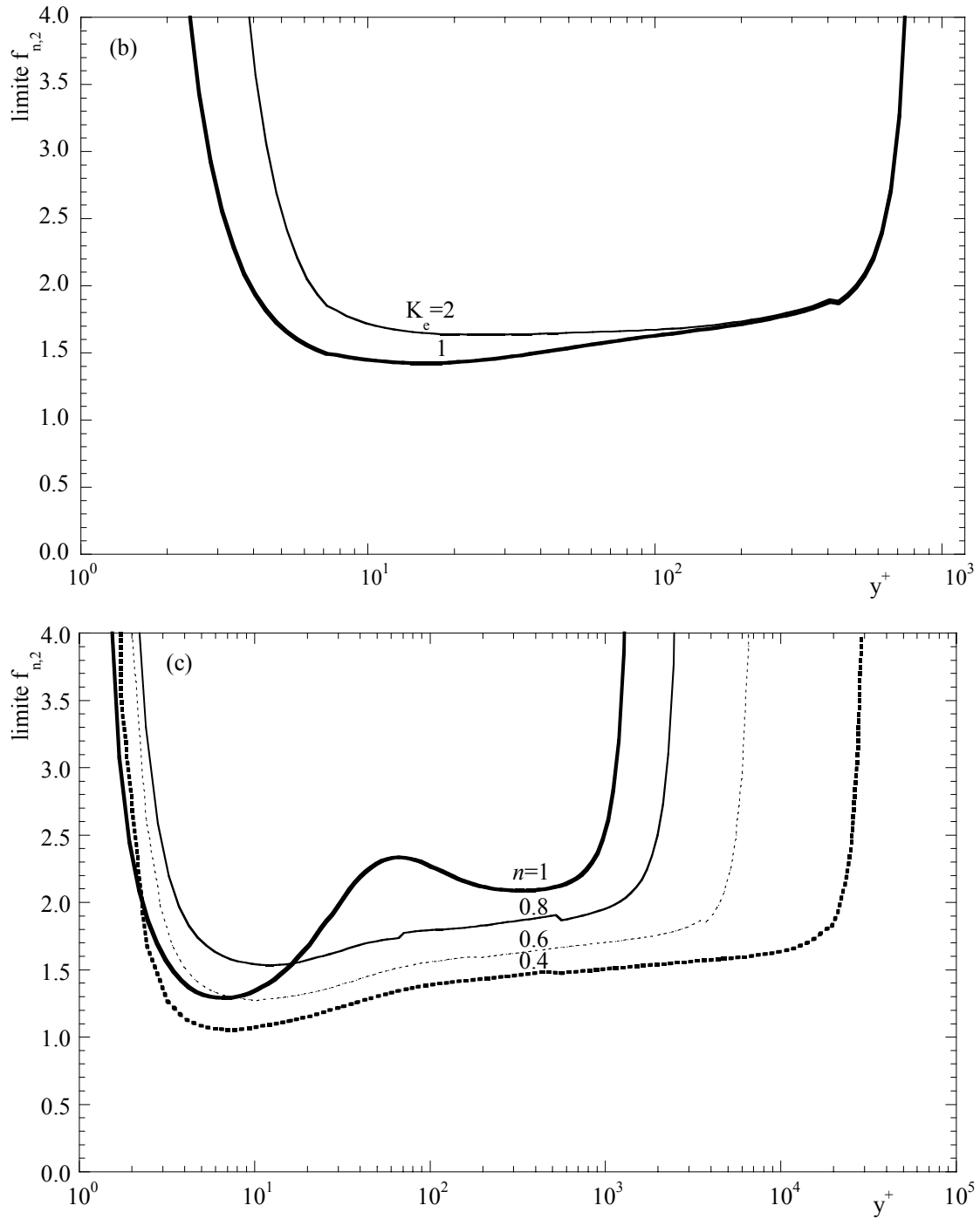


Fig. 9. Efeito das propriedades do fluido no valor máximo de $f_{n,2}$ para assegurar a realizabilidade: (a) Efeito de p ($n=1$ e $K_e=1$); (b) Efeito de K_e ($n=1$ e $p=1$); (c) Efeito de n ($p=1$ e $K_e=1$) (note-se aqui que a escala na abcissa é diferente).

Outras alterações também foram efectuadas, além do modelo anisotrópico, nas equações de transporte da energia cinética de turbulência e da sua taxa de dissipação (Eq. (47) e Eq. (50)), onde se introduziu a função f_t no termo da difusão turbulenta e nos valores numéricos dos parâmetros σ_k e C_μ . A difusão turbulenta é modelada pela invocação da hipótese do gradiente de difusão. No modelo anterior foi usado $\sigma_k = 1$ mas para fluidos newtonianos, foi descoberto que conduzia a uma muito baixa contribuição da difusão turbulenta para o balanço de k junto à parede e muito elevada contribuição longe da parede (Nagano e Shimada, [43]). Todavia, reduzindo apenas σ_k leva-nos a uma grande diferença entre as previsões e os resultados de DNS longe da parede. A solução a este problema consiste na introdução de um aparente parâmetro difusivo variável $\sigma_k^* (= \sigma_k / f_t)$ via função f_t . Esta função, na forma original da função de Park e Sung [44],

$$f_t = 1 + 3.5 \times \exp \left[- \left(R_t / 150 \right)^2 \right] \quad (93)$$

foi utilizada melhorando também as previsões dos fluidos viscoelásticos. O valor de σ_k foi mudado de 1.0 para 1.1 para melhorar as previsões, como sugerido por Nagano e Shimada [43] e Park e Sung [44] (o valor de σ_k normalmente situa-se entre 1.0 e 1.4). C_μ também foi modificado de 0.09 para 0.084 (continuando dentro da gama dos valores aceitáveis) para melhorar as previsões das quantidades médias do escoamento para fluidos newtonianos, apesar que nos fluidos viscoelásticos o seu impacto é pequeno dando o papel mais importante a f_μ (Cruz e Pinho [2]). O aparente parâmetro difusivo turbulento $\sigma_\varepsilon^* (= \sigma_\varepsilon / f_t)$ foi introduzido na equação de transporte de ε do modo similar ao σ_k^* .

Este modelo de turbulência anisotrópico para as tensões de Reynolds constitui a segunda contribuição desta tese. Para além disso, foi também introduzida uma modificação na componente isotrópica do modelo por forma a melhorar o seu desempenho na simulação numérica de fluidos newtonianos. A análise do desempenho deste modelo não linear será efectuada no capítulo 7.

Capítulo 6

Resultados e discussão do modelo da tensão pseudo-elástica

Para verificar o desempenho do novo modelo turbulento seguimos a mesma filosofia de Cruz e Pinho [2], usando valores experimentais de Escudier et al. [29] e Presti [22] para soluções aquosas de 0.125% PAA. O efeito da tensão pseudo-elástica é primeiro investigado e depois o modelo é otimizado através da quantificação de C_0 e C . A seguir, são feitas simulações com o novo modelo para os outros fluidos e os resultados são comparados com os experimentais.

As simulações numéricas foram executadas com o mesmo código usado por Cruz e Pinho [2], uma versão modificada do código de Younis [45] para escoamentos de camada limite. A técnica de discretização utilizada para transformar as equações diferenciais em algébricas foi o método de volumes finitos, em que os valores das grandezas nas faces do volume são obtidos pelo método híbrido (esquema das diferenças centrais e de upwind). O algoritmo de cálculo da matriz tridiagonal, do inglês Tri-Diagonal Matrix Algorithm, (TDMA), foi utilizado para resolver as equações discretizadas.

Em relação à malha, foi usada uma malha não-uniforme de 199 células de parede a parede, havendo pelo menos 12 células computacionais dentro de cada subcamada viscosa ($y^+ < 5$). Esta malha computacional dá resultados independentes da malha, diferindo 0.1% nos resultados numéricos, para fluidos newtonianos e não-newtonianos.

As respectivas condições de fronteira foram as seguintes:

- **Fronteiras de entrada e saída** - na fronteira de entrada é apenas necessário especificar a velocidade média do escoamento. Este valor é colocado em todos os nós centrais das células da malha e, a partir deste campo inicial de velocidade, são determinados os fluxos convectivos e difusivos nas faces das células, através do método híbrido, para depois se obter um conjunto de equações discretizadas em termos de coeficientes. Dado que o domínio de cálculo só tem uma célula na direcção axial, existe uma realimentação dos valores nas faces de saída para as faces de entrada.

- **Fronteiras de planos de simetria** - como o cálculo do escoamento é efectuado de parede a parede da conduta, este código não utiliza este tipo de fronteira.
- **Fronteiras de parede** - como o modelo turbulento é para baixos números de Reynolds, é necessário especificar a condição de não deslizamento, isto é, neste nó (nó da parede) a velocidade e outras propriedades turbulentas são nulas, excepto para a taxa de dissipação ε onde o seu valor é máximo, sendo calculado através da seguinte expressão:

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + 2\bar{v} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (94)$$

Note-se que a condição de fronteira de parede para taxa de dissipação modificada, $\tilde{\varepsilon}$, é nula.

6.1 Efeito da tensão pseudo-elástica

A Fig. 10 inclui as previsões do factor fricção do novo modelo para diferentes valores do parâmetro C_0 . Como, em princípio, o sinal da tensão pseudo-elástica é desconhecido, ambas as possibilidades têm que ser investigadas. O que se sabe, é que em condições de redução de arrasto a tensão de Reynolds de corte é fortemente amortecida e, porque a tensão viscosa é baixa, tem que haver uma compensação da tensão usualmente chamada de tensão polimérica. No modelo original de Cruz e Pinho [2] é a tensão viscosa modificada que contabiliza a diferença entre a tensão total e a tensão de Reynolds de corte. Isto sugere que a tensão pseudo-elástica é positiva, mas pode não ser inteiramente verdade: Num fluido real, com redução de arrasto, a tensão viscosa é positiva devido exclusivamente ao escoamento médio de corte. Assim, a diferença entre a tensão total e a tensão viscosa, tem que ser positiva. Aqui, em

contraste, não se sabe quanto da tensão polimérica foi absorvida pela tensão viscosa modificada $(2\bar{\mu}S_{ij})$ e assim sendo a tensão pseudo-elástica $(2\overline{\mu's_{ij}})$ pode por efeito ser negativa, mas a sua soma com a tensão viscosa modificada tem que ser uma quantidade positiva.

As previsões com o modelo da tensão pseudo-elástica nas Fig. 10-12 mostram o efeito do sinal e intensidade da tensão pseudo-elástica. Os valores de C_0 são calculados de maneira que os valores de \tilde{C} sejam simétricos e a tensão pseudo-elástica toma o sinal de \tilde{C} . A tensão pseudo-elástica positiva aumenta a redução de arrasto, enquanto que a tensão negativa aumenta o factor de fricção, com a anterior a ter um efeito maior que a última.

As previsões correspondentes do perfil da velocidade média em coordenadas de parede são apresentadas na Fig. 11. Estas são consistentes com as previsões do factor de fricção, com uma deslocação para cima do perfil em direcção à assíptota de Virk para a tensão positiva (maior redução de arrasto), e uma deslocação para baixo quando a tensão é negativa. Mais uma vez, o efeito da tensão positiva é maior que a tensão negativa.

Para a energia cinética de turbulência, porém, as mudanças são drásticas. Para os mesmos casos, Fig. 12(a) e (b), comparam-se os resultados das simulações com os valores experimentais e aqui a tensão pseudo-elástica positiva reduz os valores k , enquanto a tensão negativa aumenta k . Uma falha do modelo original de Cruz e Pinho [2], obrigou uma mudança no C para 45, prevendo baixos valores da energia cinética de turbulência. Agora, um aumento significativo no k pode ser obtido quando a tensão pseudo-elástica é negativa a custo da deterioração das previsões de f e u^+ , mas pode ser facilmente corrigido como mostra Cruz e Pinho [2]. Um aumento do valor de C reduz o factor de fricção enquanto aumenta k^+ . Deste modo, combinando um valor da tensão pseudo-elástica negativo com um maior valor de C deve melhorar as previsões de k/U^2 , e especialmente k^+ , enquanto mantém o desempenho do modelo em termos do factor de fricção e da velocidade média.

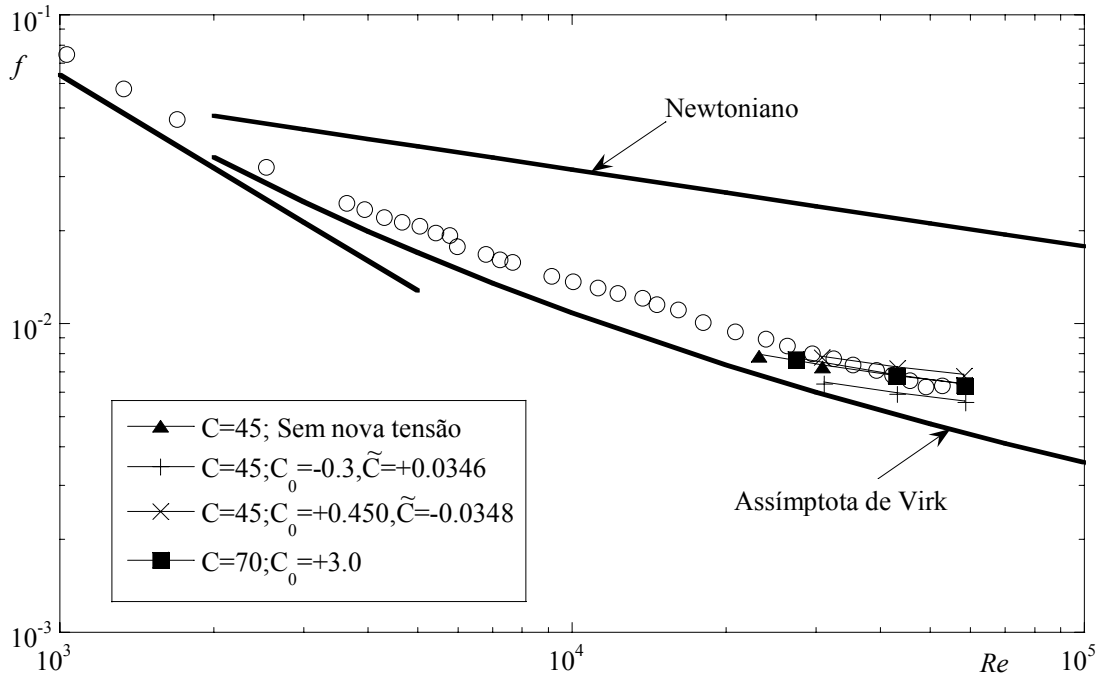


Fig. 10. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica nas previsões do factor de fricção para a solução 0.125% PAA. \circ valores experimentais de Escudier et al. [29].

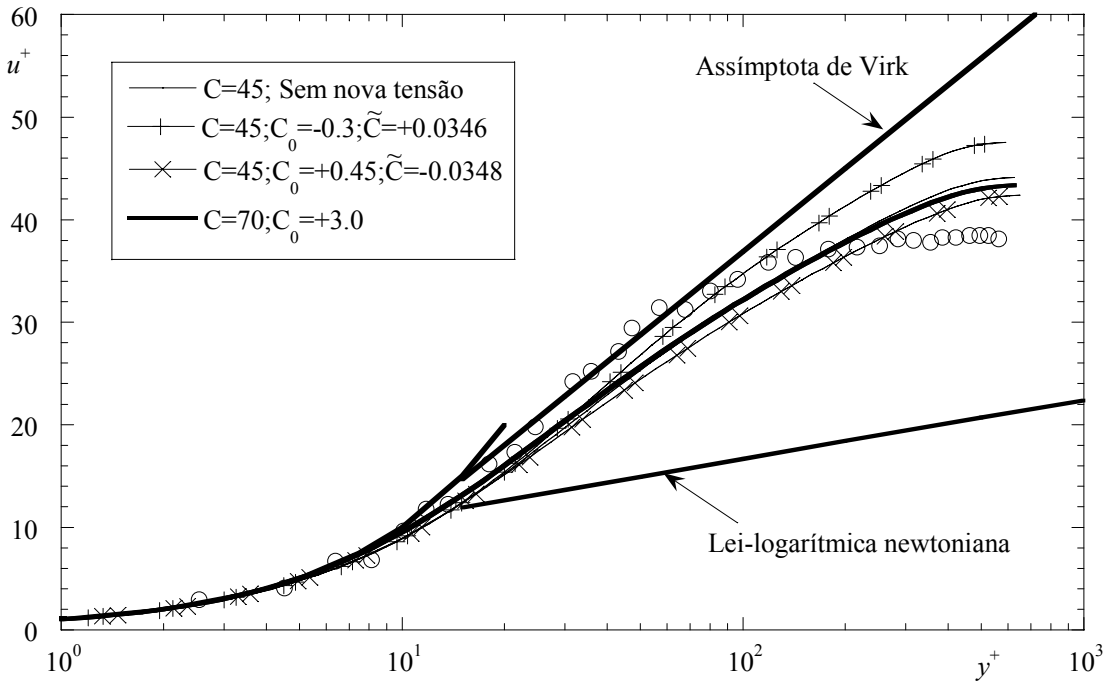


Fig. 11. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica nas previsões do perfil da velocidade média para a solução 0.125% PAA para $Re=42900$. \circ valores experimentais de Escudier et al. [29].

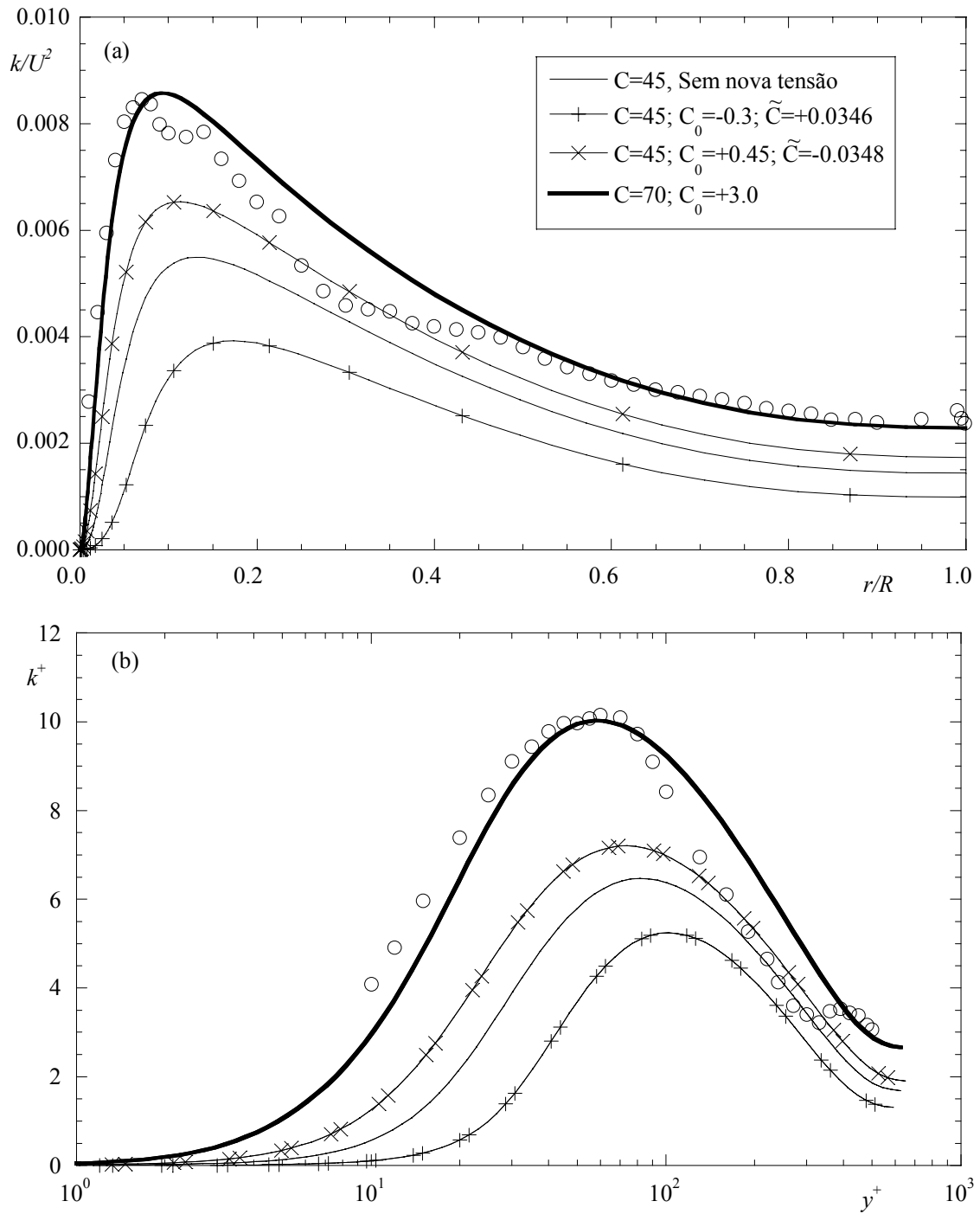
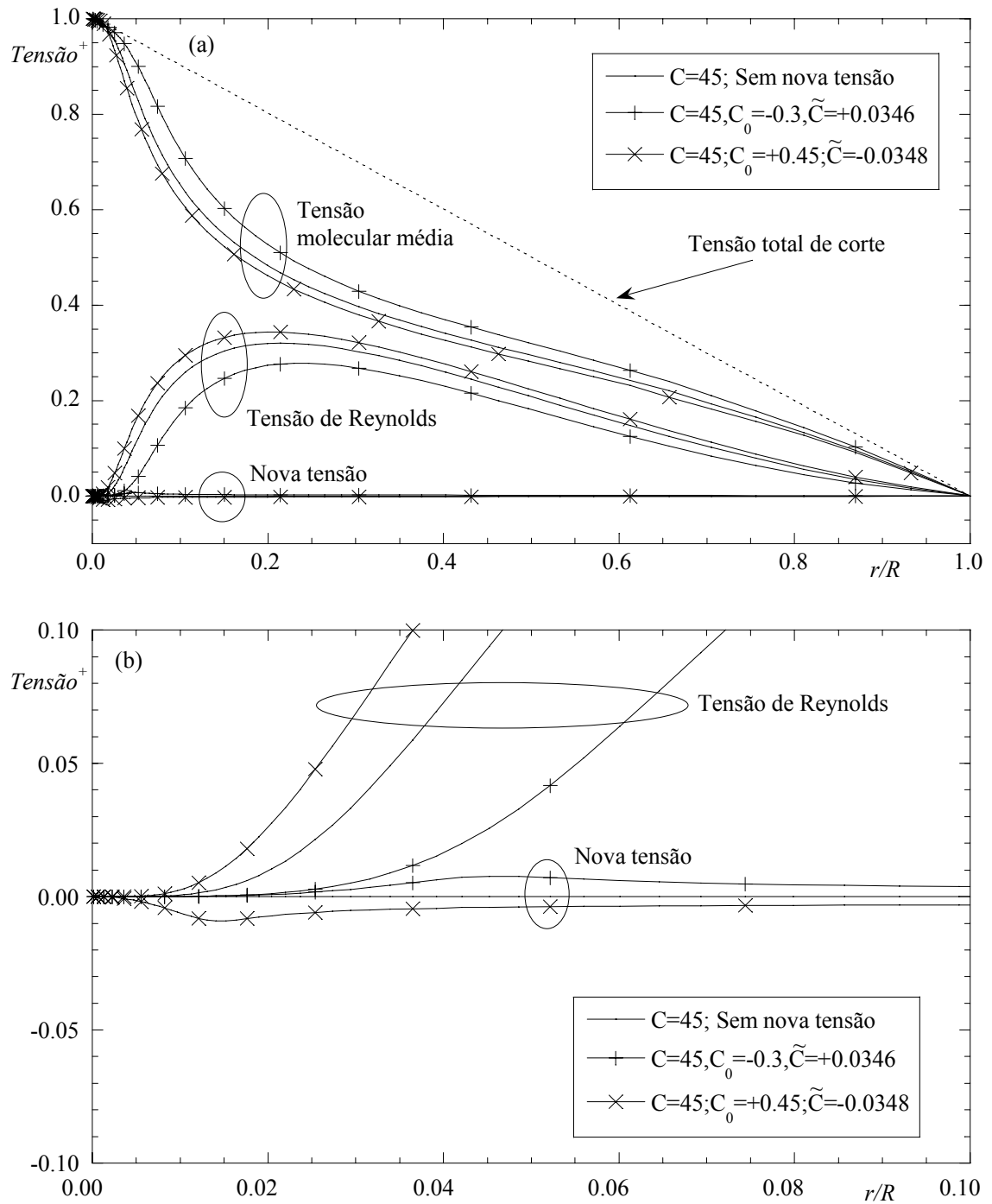


Fig. 12. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica nas previsões do perfil da energia cinética de turbulência para a solução 0.125% PAA para $Re=42900$. \circ valores experimentais de Presti [22]: (a) normalização física; (b) normalização de parede.

Antes de sugerir valores adequados para C e C_0 , é vantajoso analisar em detalhe os perfis radiais das várias tensões de corte representadas na Fig. 13. É claro que na Fig. 13, apesar de um valor muito baixo da tensão pseudo-elástica, a tensão de Reynolds de corte e a tensão pseudo-elástica da viscosidade média são fortemente afectadas. Junto, com a ampliação das Fig. 13(b) e (c), a Fig. 13(a) mostra que a tensão pseudo-elástica não é nula, mas pequena em toda a conduta, com o valor máximo muito próximo da parede. Todavia, o impacto da tensão pseudo-elástica é drástico. Inspeccionando a equação de transporte de k (Eq. (47)) ajuda-nos a compreender este fenómeno: a tensão de Reynolds de corte actua na produção de k , e a tensão viscosa dissipa-a. Se a tensão pseudo-elástica for positiva vai dissipar energia, mas caso seja negativa vai produzir k . Outras contribuições para o balanço de k são menos importantes. Muito próximo da parede, a magnitude da tensão pseudo-elástica é similar à tensão de Reynolds de corte, sem atender ao sinal, de modo que quando a tensão pseudo-elástica é positiva aniquila o efeito de $-\overline{\rho uv}$ e a produção da turbulência é adiada afastando-se significativamente da parede. Por outro lado, existe também um decréscimo na produção da turbulência dado que a tensão pseudo-elástica não é nula, apesar da pequena magnitude. Em contraste, quando a tensão pseudo-elástica é negativa a produção de k pode aumentar mais significativamente junto à parede, elevando assim a turbulência global através da conduta.



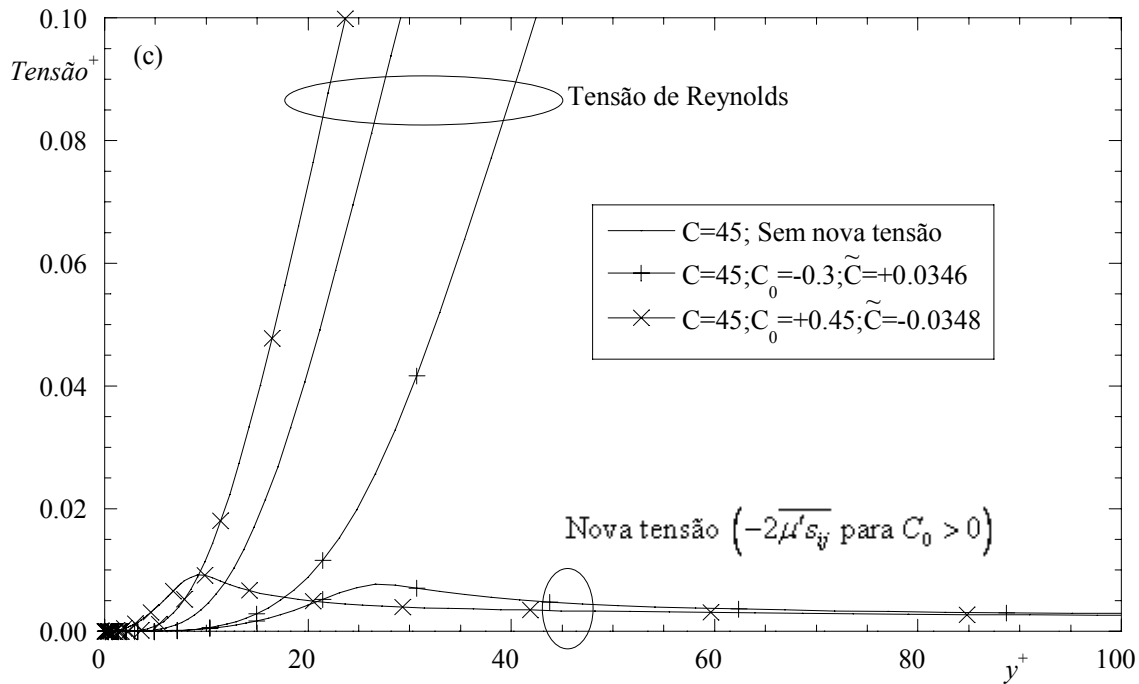


Fig. 13. Efeito do sinal da tensão pseudo-elástica na distribuição radial das várias tensões de corte através da conduta em escoamentos de 0.125% PAA para $Re=42900$: (a) perfil radial; (b) ampliação da região junto à parede; (c) perfil em coordenadas de parede (para $C_0 > 0$ $-2\overline{\mu's_{ij}}$ é apresentada).

Aumentando C de 45 para 70 e considerando a tensão pseudo-elástica negativa com $C_0=+3.0$, existe uma melhoria significativa nas previsões de k/U^2 e de k^+ enquanto a qualidade das restantes previsões ($f-Re$ e u^+-y^+) permanece igual. O factor de fricção na Fig. 10 coincide com o experimental para um número de Reynolds aproximadamente de 42900, como o antigo modelo com $C=45$. Existe também uma boa aproximação para o perfil da velocidade média na Fig. 11, mas a vantagem principal é nas previsões da energia cinética de turbulência. Como mostram as linhas mais espessas nas Fig. 12(a) e (b), as previsões e os valores experimentais para k/U^2 e k^+ coincidem razoavelmente bem e é notório que tanto os valores máximos como as suas localizações são bem previstos.

Estes perfis de tensões de corte podem parecer em contradição com as descobertas dos estudos experimentais [30] e do DNS [26], quando comparadas, especialmente, em condições próximas da redução máxima de arrasto na qual existe um forte défice da tensão de Reynolds, de corte e uma elevada, denominada, tensão polimérica. Contudo, este não é o caso, como será explicado mais tarde. Em primeiro, não existe valores de tensão de Reynolds de corte para estes fluidos e nestas condições de escoamento de forma a fazer uma comparação adequada e significativa. Em segundo, Fig. 13(a) mostra um decréscimo drástico nas tensões de Reynolds de corte relativamente à tensão de corte total representada pela linha tracejada. Como referido por Cruz e Pinho [2] (Fig. 20), e em acordo com o experimental, exactamente ao mesmo elevado número de Reynolds a tensão de Reynolds de corte para fluidos Newtonianos segue a tensão total cerca de 80% da conduta (entre o eixo $r/R = 1$ e $r/R \approx 0.2$). Por último, mas não menos importante, este défice da tensão de Reynolds é compensada pela soma $2\bar{\mu}S_{ij} + 2\overline{\mu's_{ij}}$. Estas duas tensões contabilizam três efeitos que são combinados de maneira complexa: o efeito da viscosidade do solvente, o efeito da viscosidade do polímero e o efeito elástico do polímero, devido ao reo-espessamento da razão de Trouton. Por isso, para comparar significativamente com a denominada tensão polimérica acima mencionada a diferença entre a tensão de corte total do fluido e a tensão viscosa pura, quer do solvente ou do fluido, deve ser calculada, i.e., Eq. (95) nos casos anteriores ou a Eq. (96) nos casos posteriores, ou seja:

$$\tau_{ij,p} = 2\bar{\mu}S_{ij} + 2\overline{\mu's_{ij}} - 2\mu_s S_{ij} \quad (95)$$

$$\tau_{ij,p} = 2\bar{\mu}S_{ij} + 2\overline{\mu's_{ij}} - 2\mu_v(S_{ij})S_{ij} \quad (96)$$

onde μ_s é a viscosidade do solvente e $\mu_v(S_{ij})$ é a viscosidade de corte do fluido calculada no valor médio da taxa de corte.

A Fig. 14 compara a tensão de Reynolds de corte com a tensão de corte polimérica que é calculada das duas maneiras (Eqs. (95) e (96)) para o escoamento 0.125% PAA usando o modelo proposto ($C=70$ e $C_0=+3$). Para comparar correctamente com as simulações de DNS (por exemplo [26]) foi usada a Eq.(95), representada pelas linhas mais espessas, observamos claramente um forte encarecimento da chamada tensão polimérica, que é da mesma extensão que a tensão de Reynolds nesta simulação. Numa tentativa de separar o efeito elástico de todos os efeitos viscosos, a Eq. (96) também foi usada para calcular outro tipo de tensão polimérica e os resultados são agora representados pelas linhas finas: a tensão polimérica é apenas um terço da tensão de Reynolds, mas mesmo assim é muito maior que a tensão pseudo-elástica, podendo ser analisada por recurso à Fig. 13.

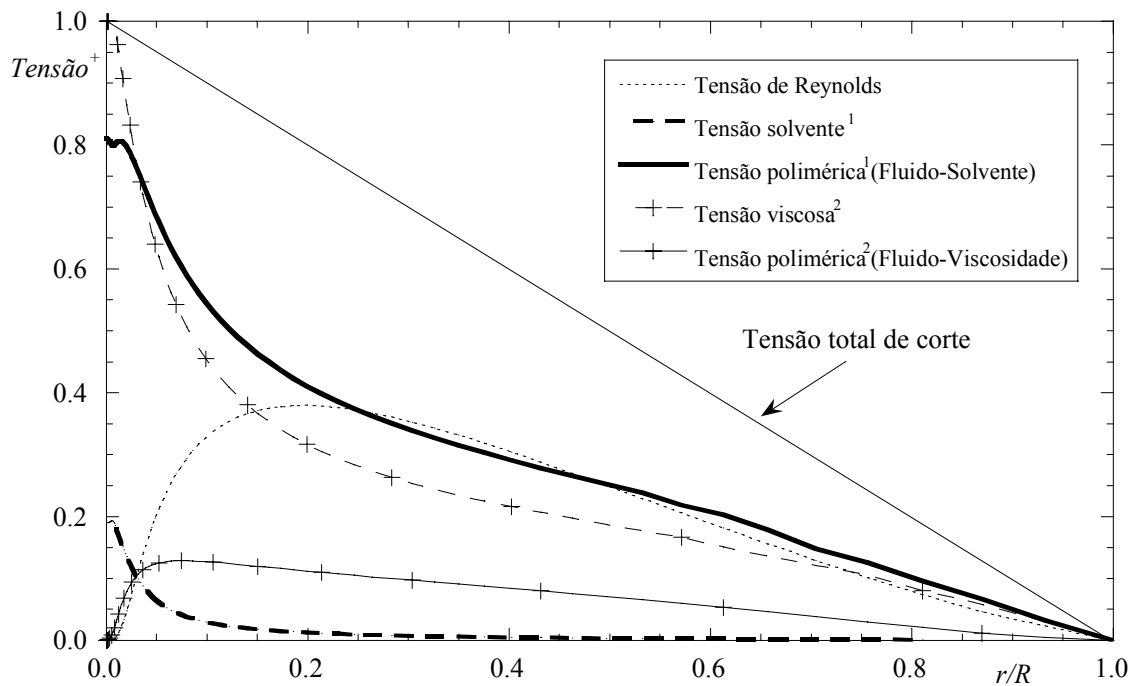


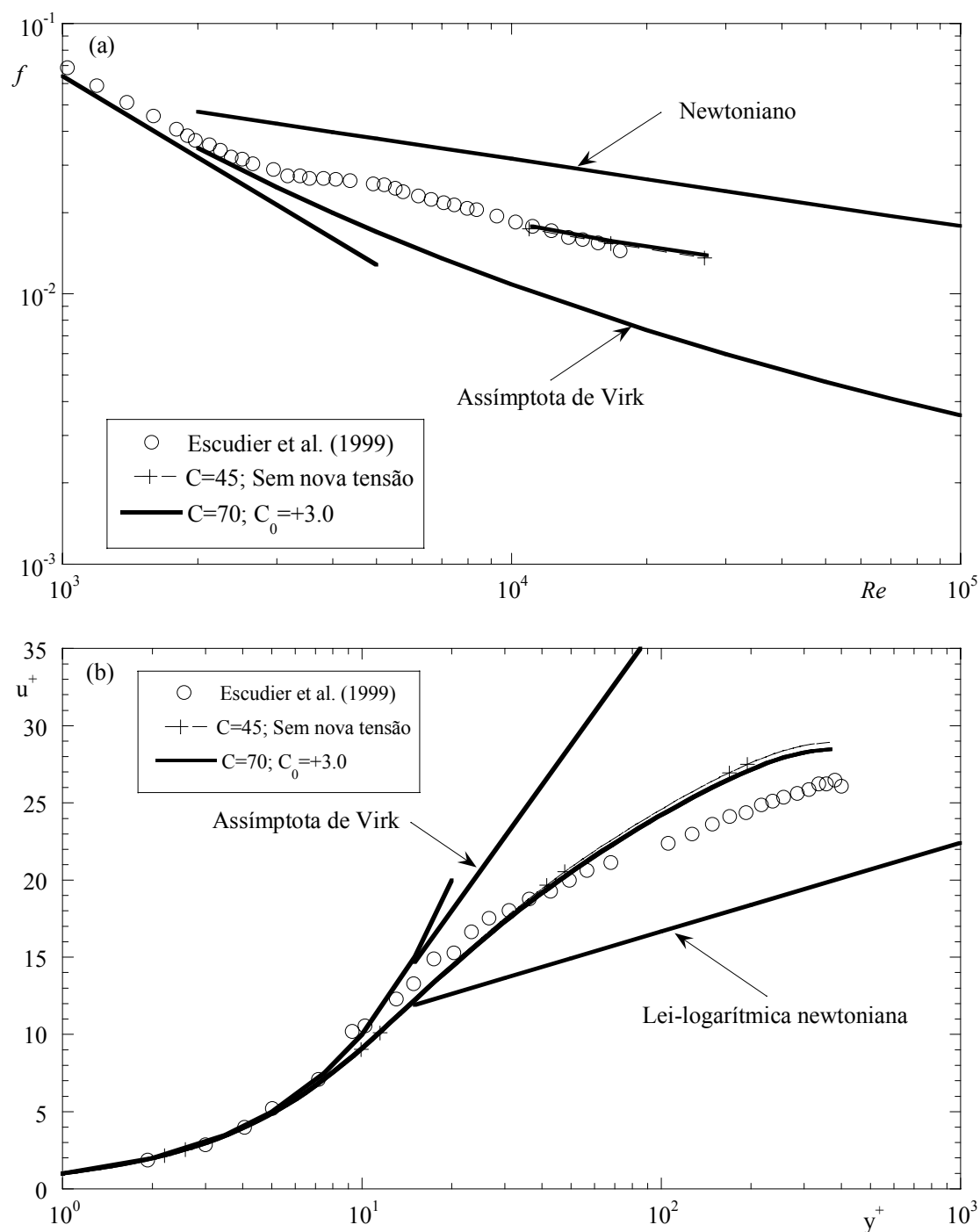
Fig. 14. Decomposição da tensão de corte para 0.125% PAA para $Re=42900$ com $C=70$ e $C_0=+3$: caso 1: de acordo com a Eq. (95); caso 2: de acordo com a Eq.(96).

6.2 Desempenho do modelo noutros fluidos

Em geral, estes melhoramentos são consistentes visto que eles acontecem em todos os fluidos para qual nós possuímos informação experimental. Nas Fig. 15-17, o desempenho do novo modelo é avaliado pela comparação das previsões com os resultados experimentais de Escudier et al. [29] e Presti [22] para 0.25% CMC, mistura de 0.09% CMC / 0.09% XG e 0.2% XG, respectivamente.

Em todos os casos, existem melhoramentos relativos ao modelo original de Cruz e Pinho [2] ($C=45$) como também no novo modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$). Para o modelo original ($C=45$), estes melhoramentos, avaliados em relação aos valores experimentais, significa um decréscimo no factor de fricção, uma enorme deslocação para cima do perfil da velocidade média e um pequeno aumento na energia cinética de turbulência. Para o novo modelo, contudo, algumas vezes existe uma pequena deterioração nas previsões de f e de u^+ , mas estes são largamente compensados pelo aumento significativo da qualidade das previsões da energia cinética de turbulência.

Para a solução 0.25% CMC, o factor de fricção na Fig. 15(a) aumenta ligeiramente com o modelo da tensão pseudo-elástica, e o perfil da velocidade média corresponde com uma descida (Fig. 15(b)). Estas variações são muito pequenas quando as comparamos com o aumento das quantidades turbulentas (k^+ e k/U^2) mostradas nas Fig. 15(c) e (d). Ambos os valores máximos de k são bem previstos, mas estão mais afastados da parede do que o experimental.



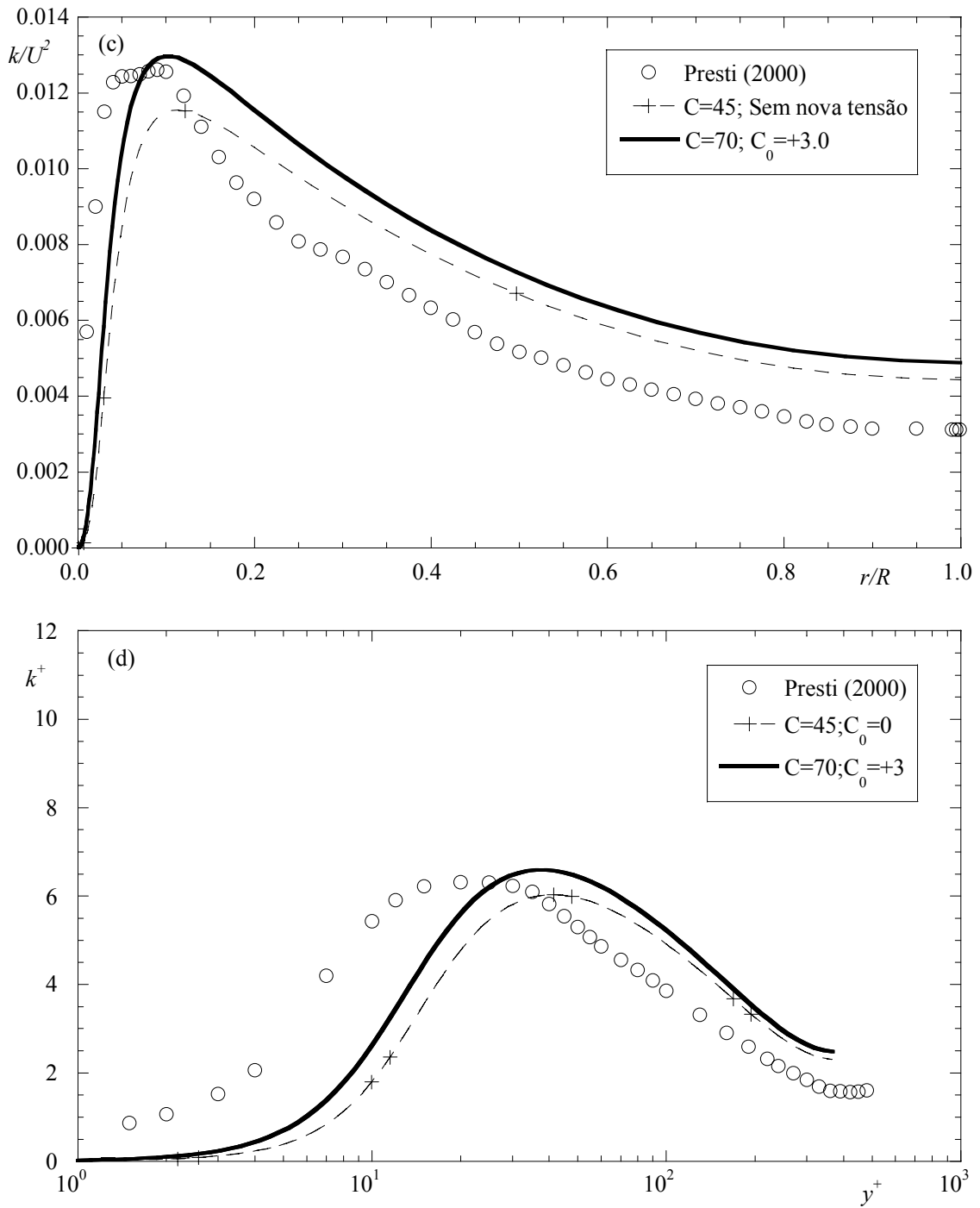
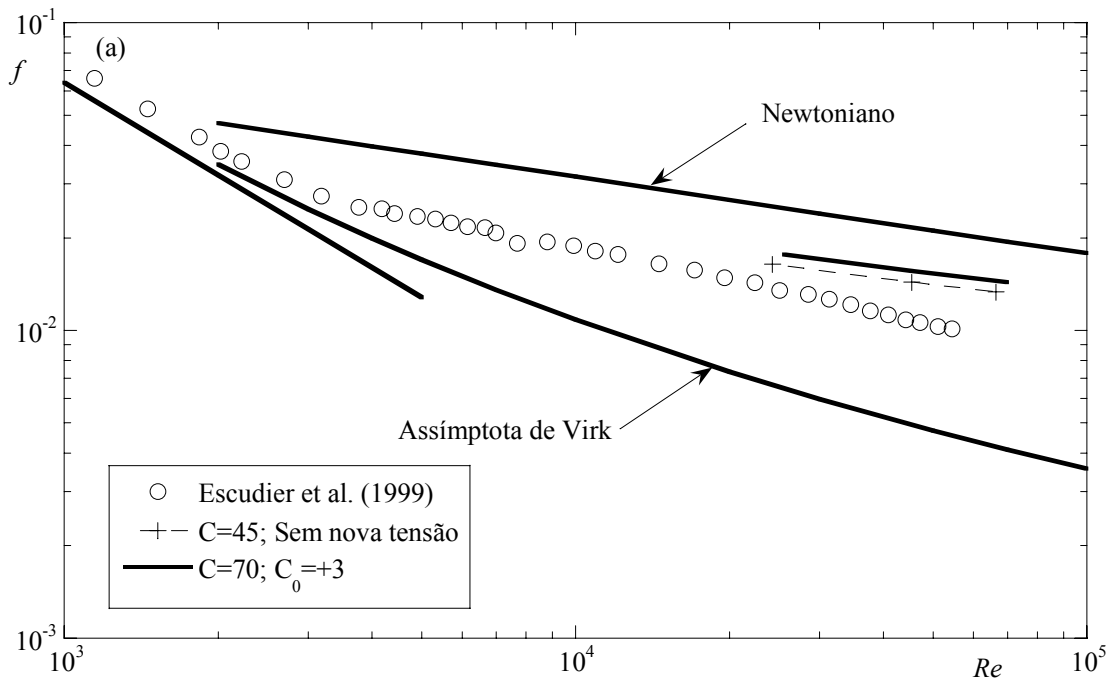
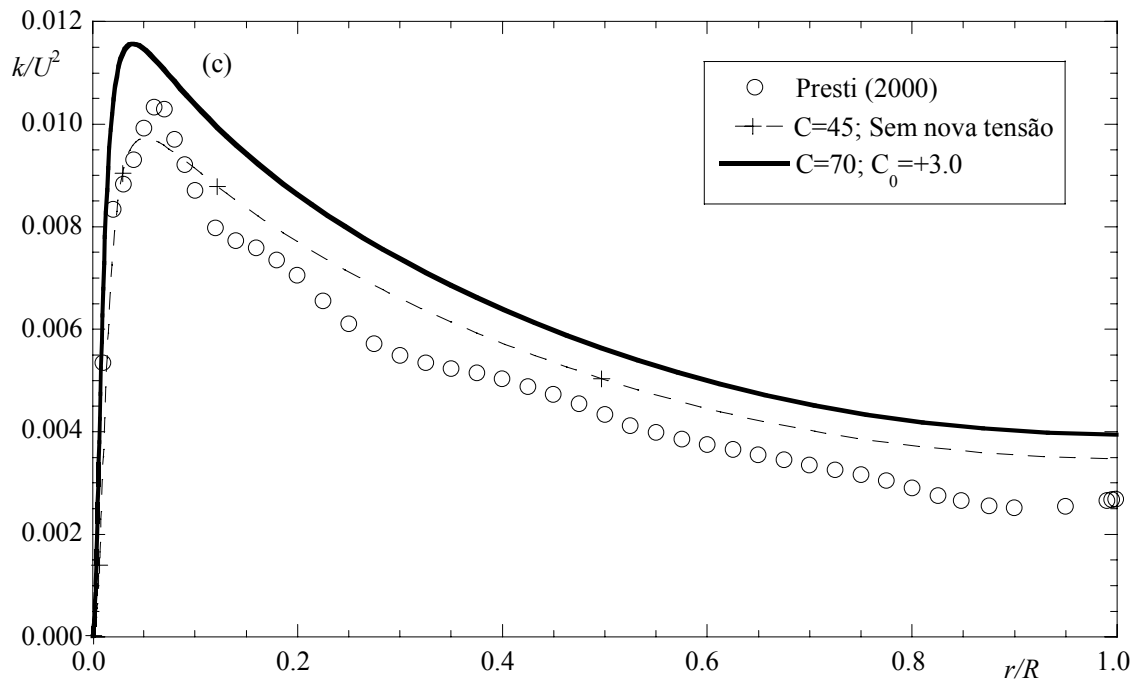
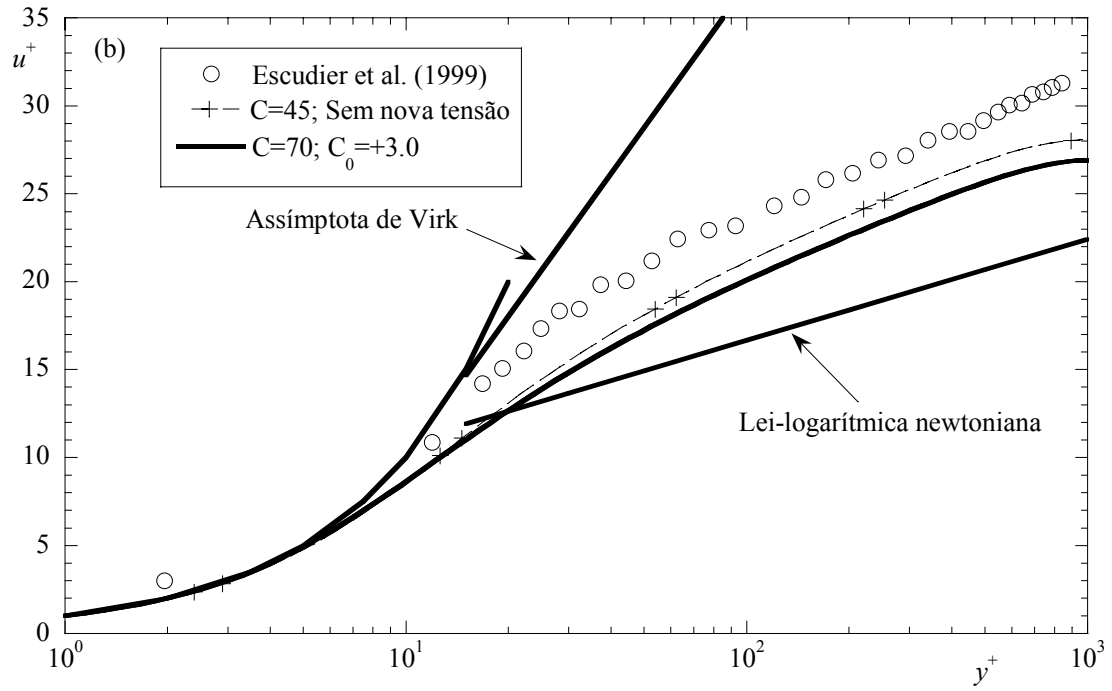


Fig. 15. Previsões do escoamento de 0.25% CMC para $Re=1660$ com o modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$) e comparação com o modelo Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=+0.0$) e os valores experimentais: (a) factor de fricção; (b) perfil da velocidade média; (c) energia cinética de turbulência em coordenadas físicas; (d) energia cinética de turbulência em coordenadas de parede.

Para a mistura de CMC e XG, os resultados na Fig. 16 mostram tendências similares, mas com menos vantagem com a introdução do termo da tensão pseudo-elástica. Aqui, as previsões de $Re-f$ e u^+-y^+ do novo modelo são piores do que do modelo original sem a tensão pseudo-elástica ($C=45$), apesar da diferença ser pequena. Contudo, para a energia cinética de turbulência existe outra vez uma clara vantagem em usar a formulação com o termo da tensão pseudo-elástica. O pico de k/U^2 é agora previsto em excesso por um montante similar à anterior sub previsão do pico no modelo original com $C_0=0$, mas para k^+ existe um importante e enorme melhoramento em termos do valor máximo, a sua localização e o seu comportamento a baixos valores de y^+ . Considerando as várias variações positivas e negativas, em geral as mudanças são satisfatórias.





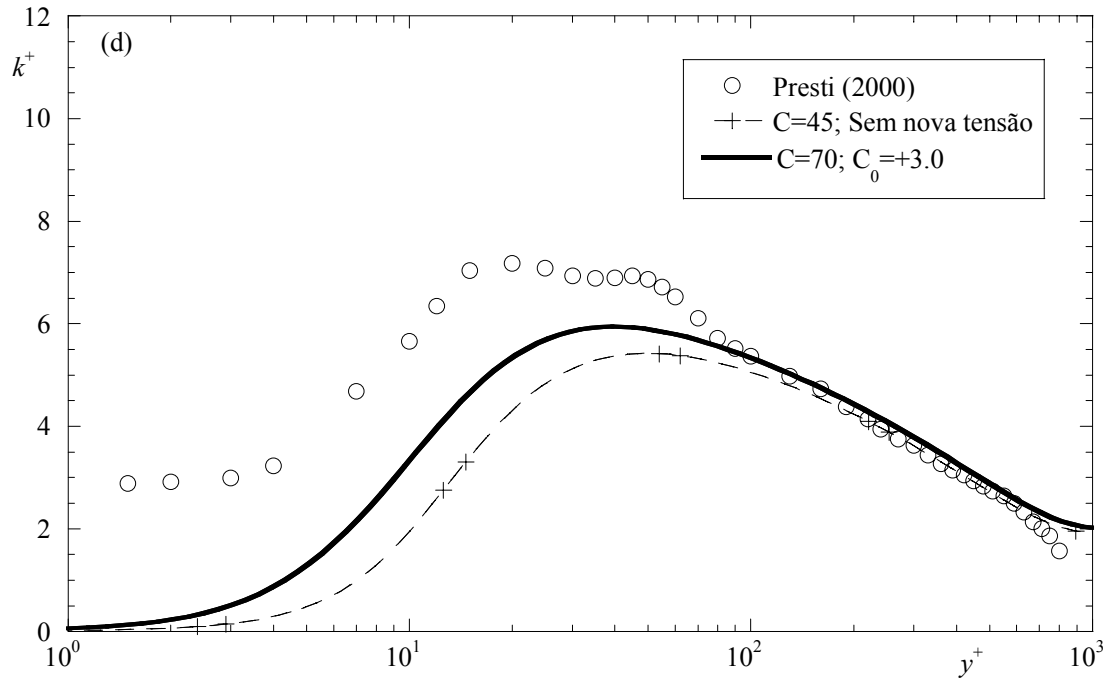
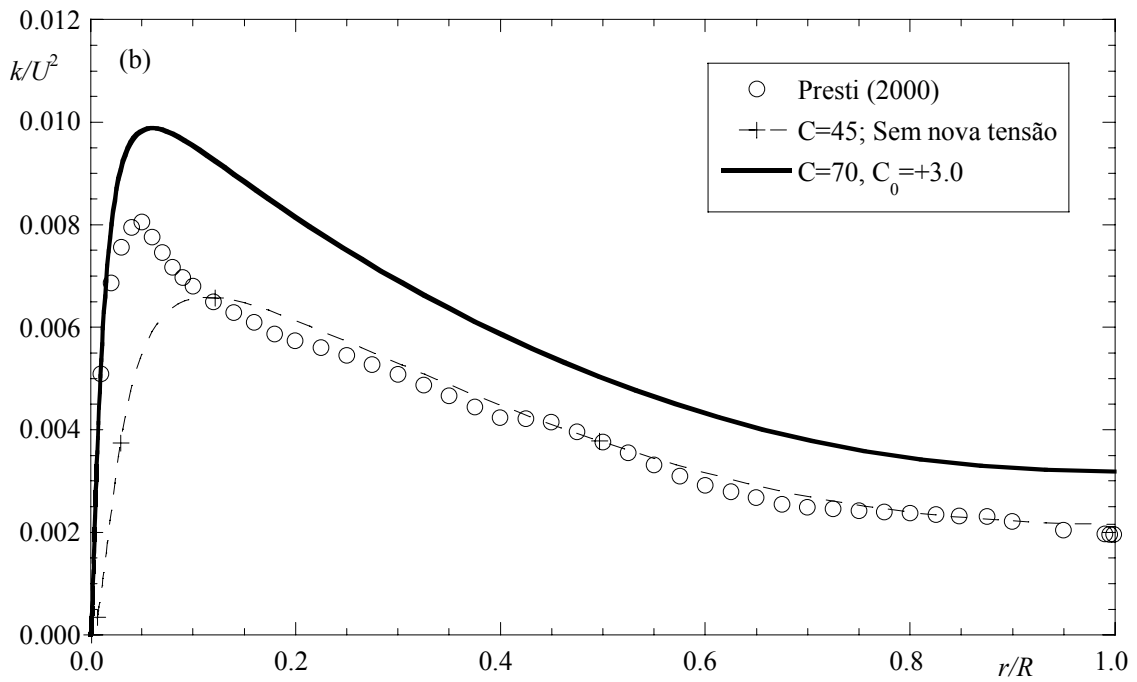
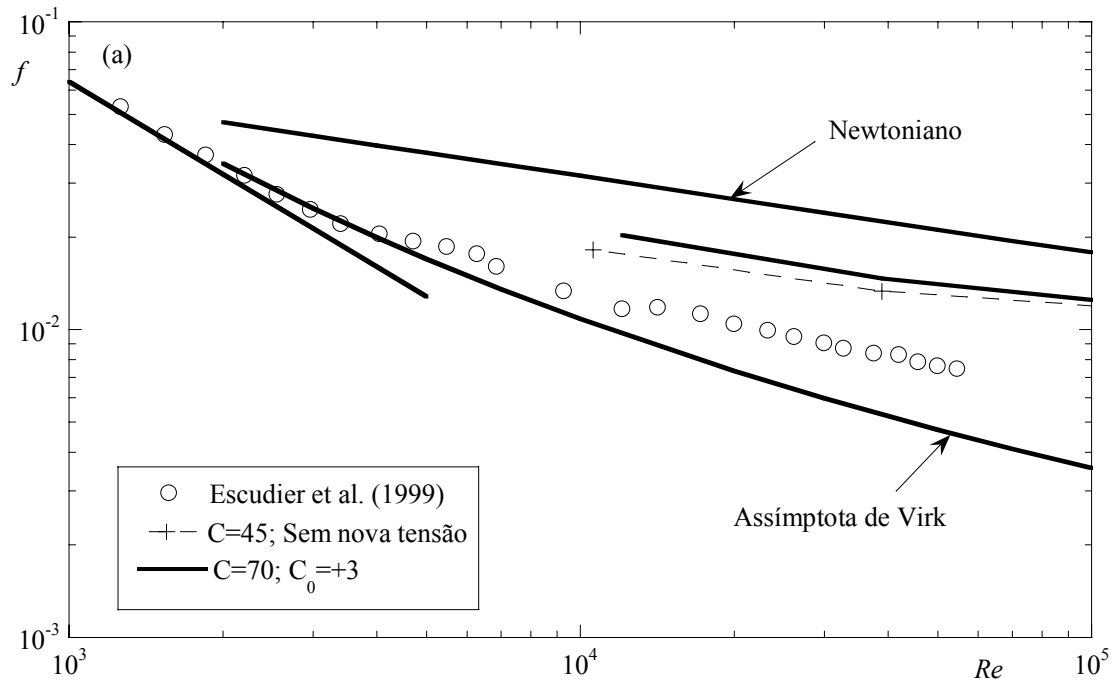


Fig. 16. Previsões do escoamento de 0.09% CMC / 0.09% XG para $Re=1660$ com o modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$) e comparação com o modelo Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=+0.0$) e os valores experimentais: (a) factor de fricção; (b) perfil da velocidade média; (c) energia cinética de turbulência em coordenadas físicas; (d) energia cinética de turbulência em coordenadas de parede.

Finalmente, para o 0.2% XG na Fig. 17 alguns melhoramentos são também observados. Como nos fluidos anteriores, o uso da tensão pseudo-elástica aumenta ligeiramente $f-Re$ relativamente ao modelo original de Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=0$) e isto irá corresponder a uma variação similar no perfil da velocidade média. Estas variações são balanceadas por mudanças drásticas na energia cinética de turbulência, onde k/U^2 aumenta radicalmente e agora excede ao longo da conduta, o perfil de k^+ aproximou-se aos dados experimentais em todo o lado. A sub previsão de k^+ é agora basicamente uma consequência da sub previsão da redução de arrasto como acontece no caso da mistura. Como na mistura, existe uma previsão por excesso de k/U^2 que deve ser resolvida em futuros desenvolvimentos.



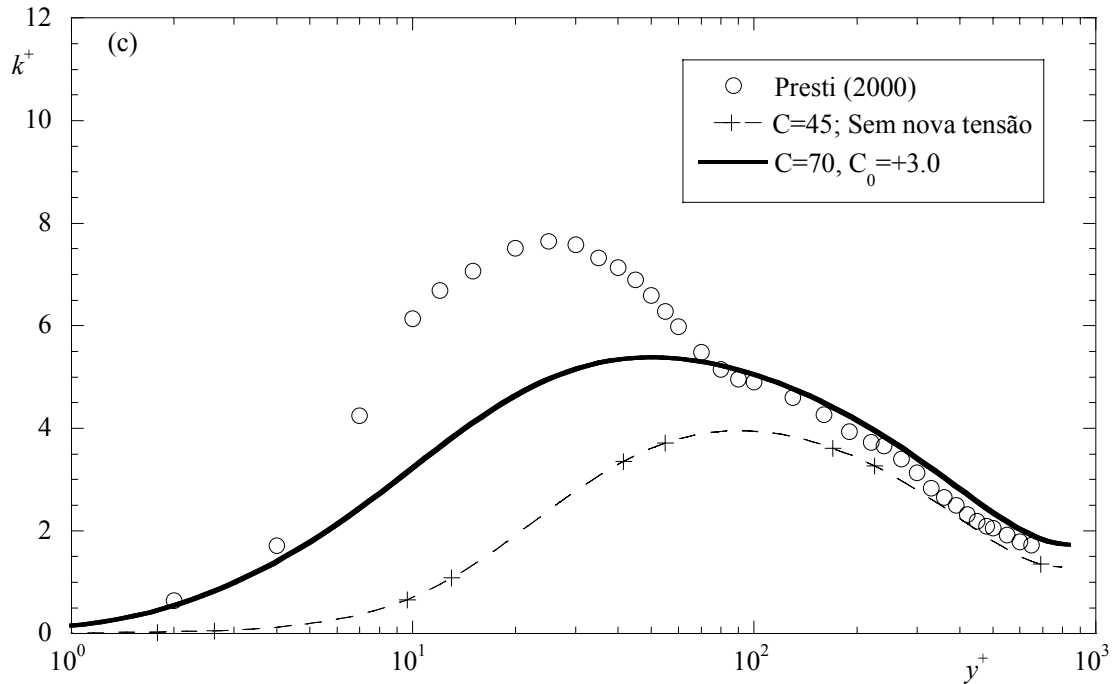


Fig. 17. Previsões do escoamento de 0.2% XG para $Re=1660$ com o modelo contendo a tensão pseudo-elástica ($C=70$ e $C_0=+3$) e comparação com o modelo Cruz e Pinho [2] ($C=45$ e $C_0=+0.0$) e os valores experimentais: (a) factor de fricção; (b) perfil da velocidade média; (c) energia cinética de turbulência em coordenadas físicas; (d) energia cinética de turbulência em coordenadas de parede.

6.3 Comparação com resultados de simulações DNS

Uma questão óbvia que se coloca é a de saber como comparam as previsões deste modelo turbulento com resultados de simulações DNS. Simulações recentes de DNS para fluidos viscoelásticos, na literatura, assumem que os fluidos obedecem ao modelo constitutivo FENE-P, mas estes não são ajustados a valores experimentais reológicos, em contraste com o nosso modelo turbulento que foi desenvolvido para diferentes fluidos e calibrado assumindo que a viscosidade extensional em Escudier et al. [29] foi bem medida. Todavia, é importante fazer tal avaliação para orientar futuros investigadores que pretendam desenvolver modelos de turbulência, quer o ponto de partida seja este trabalho presente ou um tipo de modelo completamente novo baseado

na equação constitutiva FENE-P. Em qualquer dos casos, como nós veremos, o maior passo em frente deve ser a nossa capacidade de medir correctamente a viscosidade extensional.

Foi seleccionado para o caso teste, o escoamento entre placas de Dimitropoulos et al. [37] usando o modelo FENE-P com $L=10$, correspondendo a uma redução de arrasto moderada. A viscosidade do solvente e do polímero é tal que $\beta=0.9$, os números de Weissenberg e Reynolds baseados na velocidade de fricção e o patamar da viscosidade de corte (zero-shear viscosity, η_0) são 50 e 125, respectivamente, e o número de Reynolds baseado na velocidade média e na metade da altura do canal é igual a 1994 que corresponde a uma redução de arrasto de 15% relativamente à relação de Dean's para o factor de fricção de Darcy, Eq. (97). As nossas simulações foram executadas num canal em que metade da altura (H) é igual a 50.2 mm, assumindo uma densidade do fluido de 1000 kg/m³ e um patamar da viscosidade de corte total de 0.01 Pas, e as restantes características são: $\eta_{p0} = 0.001Pas$, $\eta_s = 0.009Pas$, $\lambda = 0.806s$ e $U = 0.397m/s$.

$$f_{Dean} = 0.292Re^{-1/4} \quad (97)$$

$$\eta = \eta_s + \eta_{p0} \left(\frac{L^6}{4\lambda^2 \dot{\gamma}^2 (L^2 - 3)^2} \right)^{1/3} \left(\Delta_1^{1/3} + \Delta_2^{1/3} \right) \quad (98)$$

com

$$\Delta_1 = 1 + \sqrt{1 + \frac{2L^6}{27\lambda^2 \dot{\gamma}^2 (L^2 - 3)^2}}$$

$$\Delta_2 = 1 - \sqrt{1 + \frac{2L^6}{27\lambda^2\dot{\gamma}^2(L^2-3)^2}}$$

$$\eta_e = 3 \left[\eta_s + \frac{\eta_{p0}L^2}{(L^2-3)} \frac{\alpha}{\lambda\dot{\epsilon}(1-\alpha-2\alpha^2)} \right] \quad (99)$$

em que α obedece à equação cúbica

$$2\alpha^3 - \left[2\lambda\dot{\epsilon} - L^2/(L^2-3) \right] \alpha^2 - \left[\lambda\dot{\epsilon} + L^2/(L^2-3) \right] \alpha + \lambda\dot{\epsilon} = 0$$

As viscosidades de corte e extensional do modelo FENE-P (Eq. (98) e (99) segundo Purnode e Crochet [46]) e o ajuste das expressões lei de potência são apresentadas na Fig. 18(a) e (b), respectivamente, e mostram o primeiro problema: enquanto que a viscosidade de corte é bem representada pela lei da potência, o comportamento da viscosidade extensional do modelo FENE-P não pode ser bem ajustada pela lei de potência. A simulação numérica, para a mesma velocidade média, resultou nas previsões da Tabela 5. Note-se que o número de Reynolds, baseado na viscosidade de parede, não é idêntico ao das simulações DNS, baseado no patamar da viscosidade, mas a diferença é pequena e não tem consequências nas restantes comparações e discussões.

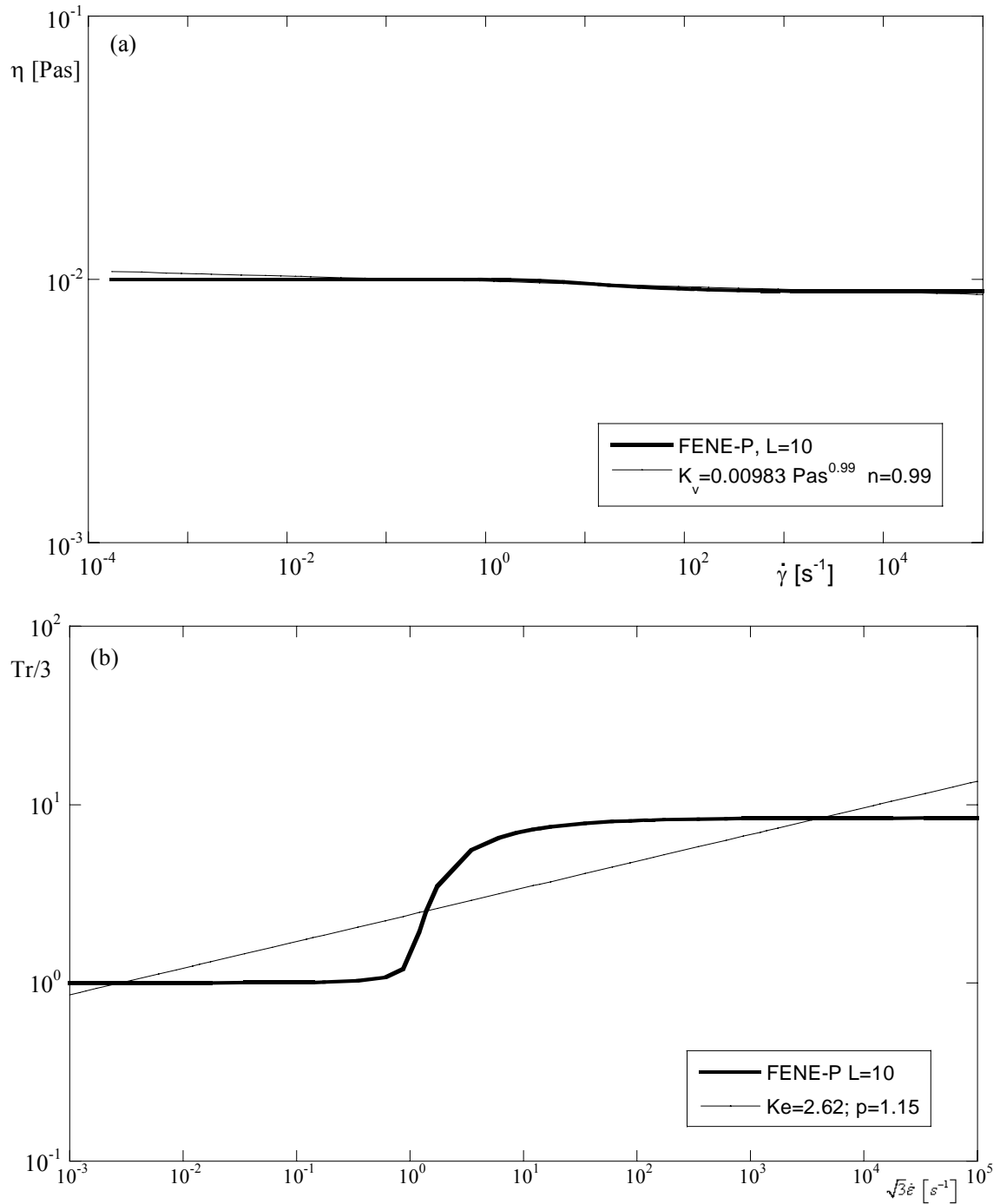


Fig. 18. Comparação entre as viscosidades permanentes para o modelo FENE-P de Dimitropoulos et al. [37] com $L=10$ e o modelo modificado GNF da Eq. (5): (a) viscosidade de corte; (b) viscosidade extensional.

Tabela 5 – Alguns resultados das simulações para o caso de DNS de Dimitropoulos et al. [37] usando o modelo FENE-P com $L=10$ ($DR=15\%$).

| Modelo turbulento | $Re = UH/\nu_w$ | f | DR (%) |
|---------------------|-----------------|---------|----------|
| $C=45, C_\theta=0$ | 2112 | 0.02741 | 36.4 |
| $C=45, C_\theta=+3$ | 2111 | 0.02507 | 41.8 |

A previsão da redução de arrasto é duas vezes superior ao calculado por DNS ($\approx 15\%$) e isto é para o caso onde a viscosidade extensional é ajustada como na Fig. 18(b). Note-se também que o novo modelo conduz a uma maior redução do arrasto do que o modelo original de Cruz e Pinho para $C=45$. Os correspondentes perfis da velocidade média e energia cinética de turbulência são apresentados na Fig. 19. Os dados da velocidade média são consistentes com os dados do factor de fricção em que uma maior redução de arrasto corresponde a uma maior deslocação para cima do perfil da velocidade média. A previsão da energia cinética de turbulência é razoavelmente bem capturada, mas sofre de algumas deficiências que também podem ser observadas em alguns dos fluidos experimentais: toda a curva e o pico de k^+ é deslocado para elevados y^+ e existe uma pequena sub previsão no valor máximo de k^+ . Como a redução de arrasto é sobre prevista, as previsões de k são excessivamente amortecidas.

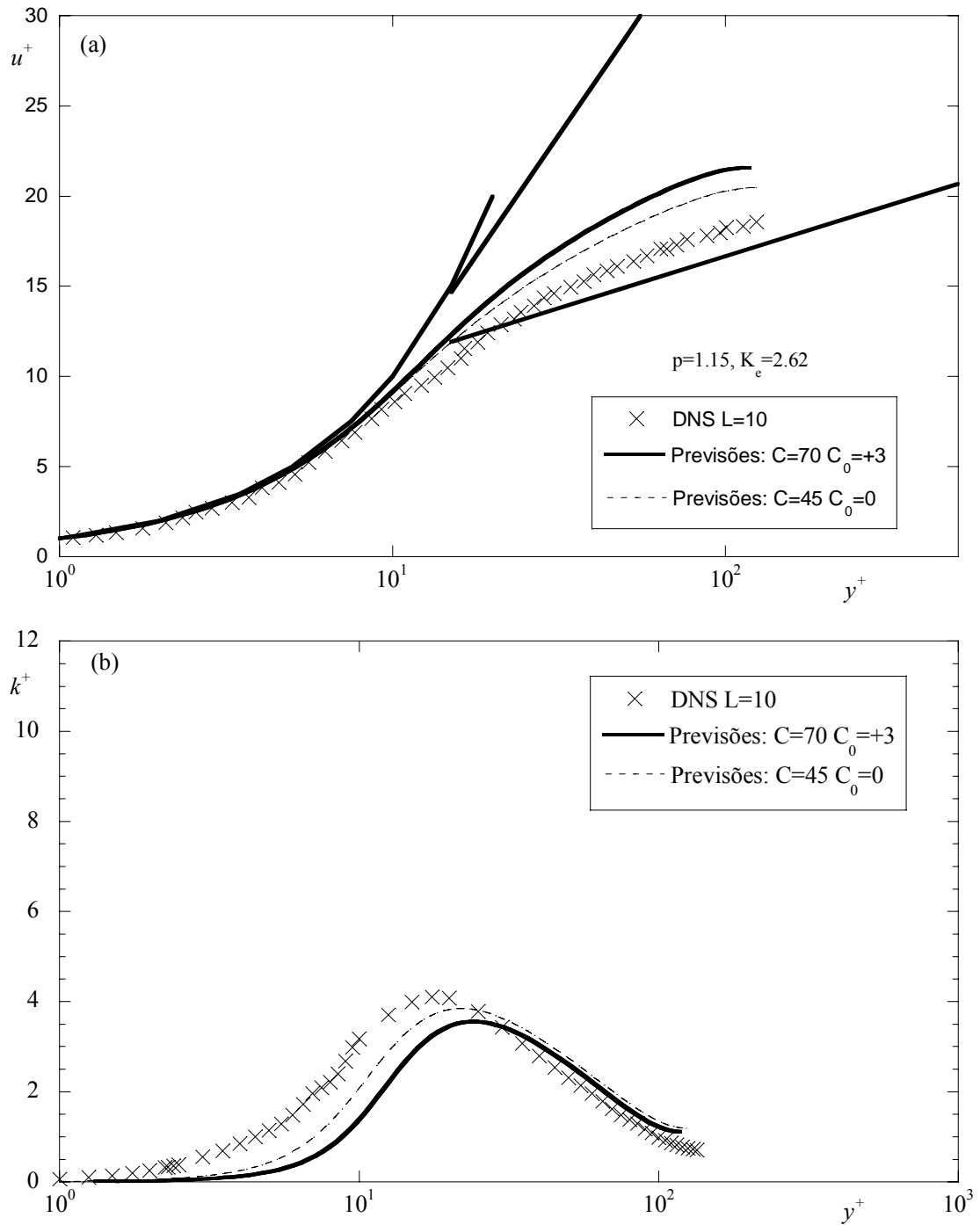


Fig. 19. Comparação entre as previsões e os resultados das simulações de DNS de Dimitropoulos et al. [37] usando o modelo FENE-P com $L=10$: (a) perfil da velocidade média em coordenadas de parede; (b) perfil da energia cinética de turbulência.

Simulações numéricas foram também tentadas para outros casos de DNS, nomeadamente o FENE-P com $L=30$ de Dimitropoulos et al. e o caso de elevada redução de arrasto do Ptasinski et al. [47] com $L=31.7$; onde para o caso de $L=30$ uma maior elevada redução de arrasto foi prevista do que o obtido por DNS, como aconteceu com $L=10$. O caso de Ptasinski et al. diverge sempre devido à excessiva redução de arrasto pelo nosso modelo. Assim, para todos os casos existe um padrão consistente na previsão da excessiva redução de arrasto.

Tendo ajustado a viscosidade extensional numa estreita gama das taxas de deformação/corte, para melhorar o ajustamento na região do reo-espessamento, o expoente p teria que ser mais elevado levando a maiores reduções de arrasto. Contudo, baixas reduções de arrasto, idênticas às previstas pelo DNS, podem ser previstas se usarmos baixos valores de C mas os casos experimentais de Escudier et al. [29] e de Presti [22] seriam sub previstos. O presente modelo turbulento, e o de Cruz e Pinho [2], foram calibrados com base nas medições da viscosidade extensional realizadas por Escudier et al. [29], usando um reómetro de jacto oposto. Esta técnica é conhecida por ter deficiências, mas mesmo assim é a melhor técnica disponível para medições da viscosidade extensional de soluções poliméricas diluídas de baixa consistência, acima de uma gama extensa das taxas de deformação. Simultaneamente, os estudos de DNS são baseados em modelos constitutivos onde a reologia não foi completamente comparada com a dos fluidos reais, especialmente no interesse da reologia extensional. Assim afirmações de um bom desempenho de DNS baseado em comparações com o experimental, devem ser também criticamente avaliados. Finalmente, o presente modelo turbulento é também baseado numa equação constitutiva que não é verdadeiramente um modelo viscoelástico, e além disso, as investigações de DNS e esta família de modelos turbulentos são um intenso reo-espessamento da viscosidade extensional. O desenvolvimento de modelos turbulentos para redução de arrasto requerem não só um progresso na modelação turbulenta, mas também avanços essenciais nos progressos na modelação reológica e na reologia extensional.

Capítulo 7

Resultados e discussão do modelo anisotrópico

Neste capítulo, iremos analisar o desempenho do modelo anisotrópico em duas partes distintas. Primeiro, avaliamos a capacidade do presente modelo anisotrópico para prever escoamentos completamente desenvolvidos em conduta com fluidos newtonianos por comparação com os dados da literatura. Na segunda parte, investigamos a capacidade do modelo em prever as tensões de Reynolds normais em escoamentos de fluidos não-newtonianos e aqui consideramos dois casos: (i) escoamentos de fluidos teóricos para os quais não existem dados das tensões de Reynolds individuais mas que são úteis para investigar tendências de comportamento e (ii) escoamentos para os quais existem os dados experimentais das soluções poliméricas já apresentadas anteriormente nesta tese

O programa de cálculo utilizado para efectuar as simulações numéricas com este modelo anisotrópico foi o mesmo usado anteriormente com o modelo da tensão pseudo-elástica, mas devidamente modificado.

7.1 Fluidos newtonianos

Nas Fig. 20 até Fig. 23 apresentam-se os resultados das simulações para escoamento de fluidos newtonianos e comparam-se com correlações da literatura e com dados experimentais de Durst et al. [48]. Estes dados correspondem a um escoamento em conduta para o número de Reynolds de 7430 que é suficientemente baixo para permitir medições precisas das tensões de Reynolds normais junto à parede.

A variação do factor de fricção de Darcy com o número de Reynolds é traçada na Fig. 20. As previsões comparam-se bem com a equação de Blasius e as diferenças relativas ao modelo da tensão pseudo-elástica são originadas pela diferença do valor, agora usado, para o coeficiente da viscosidade do vórtice ($C_\mu = 0.084$ comparando com 0.09) como também do diferente tratamento da difusão turbulenta de k e de ε . As medições experimentais de Durst et al. [48] excedem a equação de Blasius em 6%

embora os autores considerem uma boa aproximação. Os correspondentes perfis de velocidade média axial em coordenadas de parede para $Re=7430$ são apresentados na Fig. 21. Excepto perto do centro da conduta, as previsões do presente modelo turbulento anisotrópico são muito mais próximas da lei logarítmica do que aquelas correspondentes ao modelo da tensão pseudo-elástica. Ambas as previsões estão ligeiramente acima das medições de Durst et al. [48] que também se encontram deslocadas para cima da lei logarítmica devido ao baixo número de Reynolds. Note-se que os dados experimentais estão de acordo com as previsões de DNS de Kim et al. [49] para o mesmo número de Reynolds.

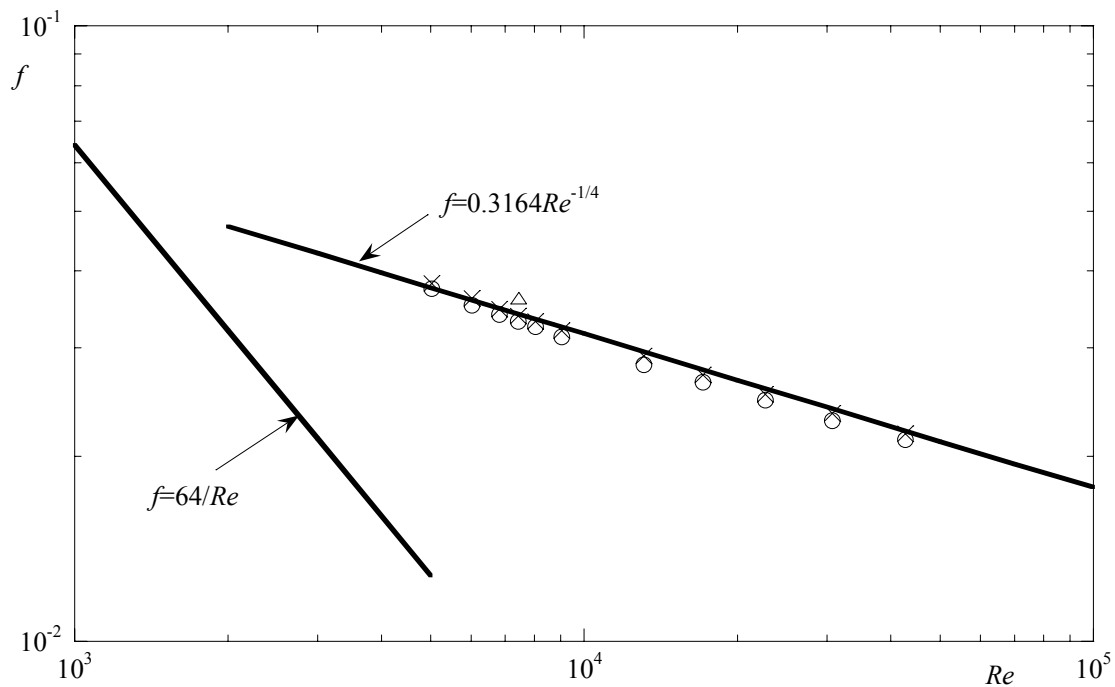


Fig. 20. Variação do factor de fricção de Darcy com o número de Reynolds para escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos: Δ Durst et al. [48], \times o previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, \circ previsões do modelo anisotrópico.

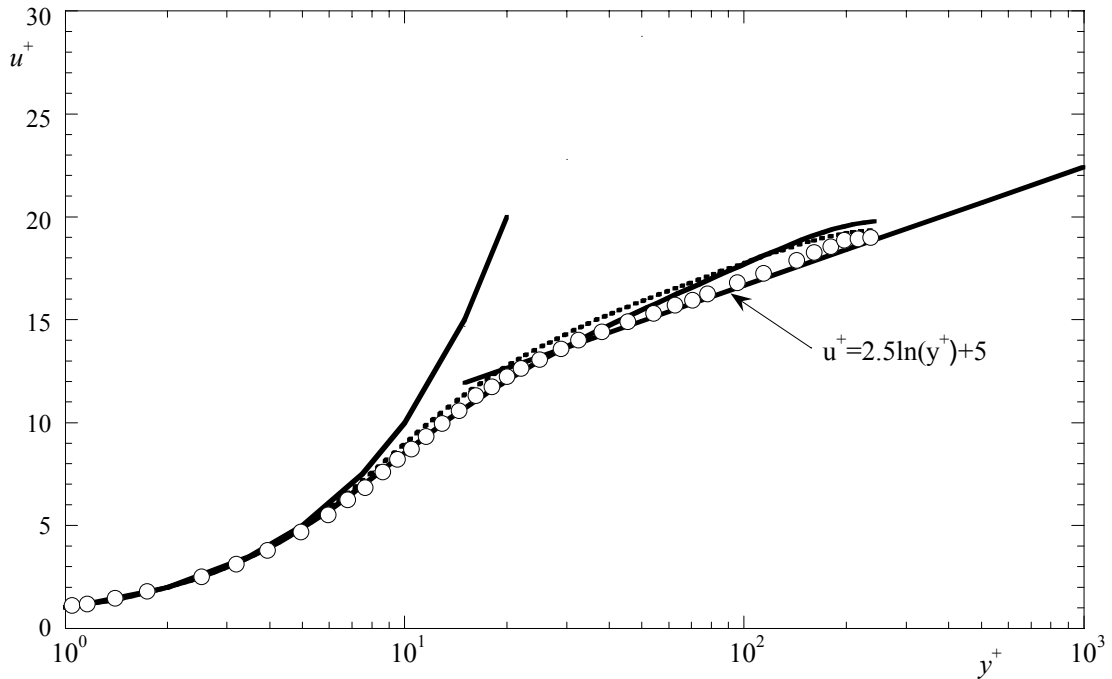


Fig. 21. Perfis da velocidade média axial de escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos para $Re=7430$ em coordenadas de parede: o Durst et al. [48], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha sólida - previsões do modelo anisotrópico.

É nas previsões das quantidades de escoamento turbulento que o modelo anisotrópico é claramente superior ao modelo da tensão pseudo-elástica. Como pode ser visto na Fig. 22, para a energia cinética de turbulência, as mudanças na parte isotrópica do modelo (parâmetro C_μ e especialmente na difusão turbulenta) melhoraram as previsões na região junto à parede, entre a parede e o pico da turbulência a $y^+ \approx 18$, onde agora existe uma coincidência entre as previsões e as medições de Durst et al. [48]. Em contraste com o modelo isotrópico da tensão pseudo-elástica, o modelo presente é capaz de prever a anisotropia das tensões de Reynolds normais e a Fig. 23 compara essas previsões com as medições de Durst et al. [48]. Para a componente axial, o modelo prevê correctamente o comportamento junto à parede, enquanto para a componente tangencial existe uma ligeira sobre previsão. Para a tensão radial a sobre previsão é elevada, mas em todos os casos a localização dos picos das tensões é

correcta. Longe da parede, as diferenças são grandes porque a previsão de k é menos correcta, como se pode ver na Fig. 22.

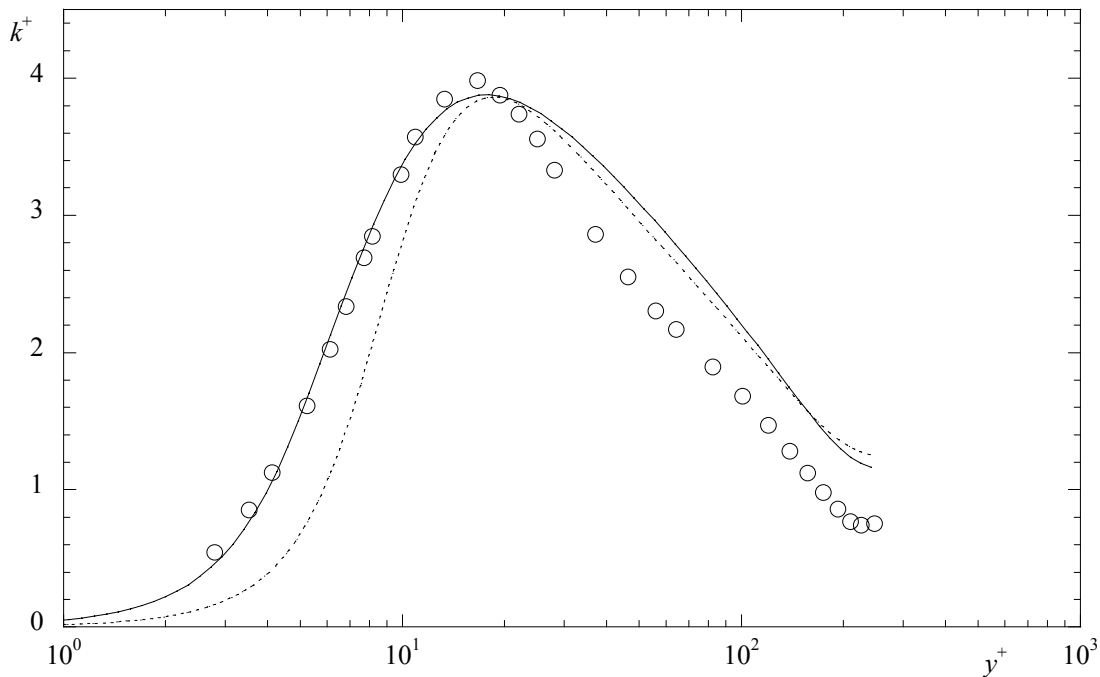


Fig. 22. Perfis da energia cinética de turbulência de escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos para $Re=7430$ em coordenadas de parede: o Durst et al. [48], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha sólida - previsões do modelo anisotrópico.

Apesar do modelo anisotrópico de Park et al. [21] fazer um bom trabalho na previsão dos dados de DNS de escoamentos em placas paralelas de Moser et al. [50], quando se resolve juntamente com a sua contribuição isotrópica, aqui, em escoamentos de conduta, as previsões da distribuição das tensões de Reynolds não são tão boas. Mas é importante compreender que a contribuição isotrópica do modelo presente para fluidos Newtonianos é uma versão modificada de Nagano e Hishida [41], i.e. não é um modelo completamente otimizado com base nos dados de DNS.

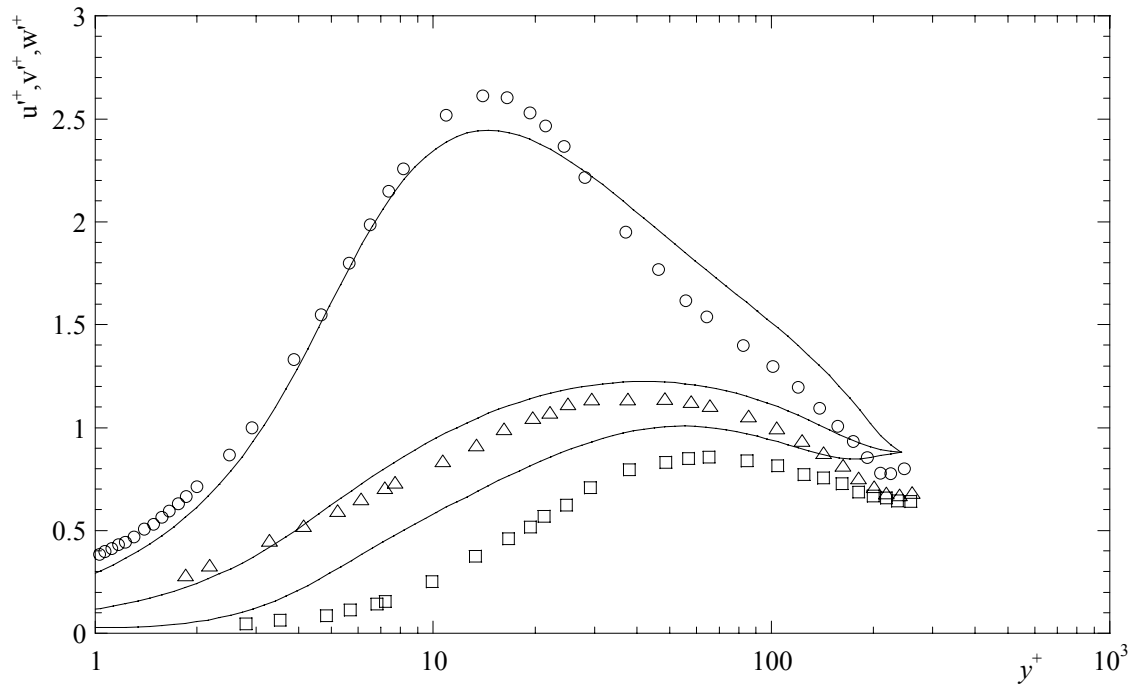


Fig. 23. Perfis das tensões de Reynolds normais normalizadas num escoamento completamente desenvolvido em conduta com fluidos newtonianos para $Re=7430$ em coordenadas de parede: Símbolos (o u'^+ , \square v'^+ , Δ w'^+) Durst et al. [48], Linhas sólida - previsões do modelo anisotrópico.

7.2 Fluidos não-newtonianos

Cálculos para duas diferentes classes de fluidos são analisados aqui. Primeiro, a série de fluidos teóricos correspondendo aos valores limites dos parâmetros reológicos n , p e K_e e direccionando a investigação aos seus efeitos na capacidade de previsão do modelo turbulento. Segundo valores experimentais da tese de Presti [22] para soluções aquosas de 0.125% PAA, 0.25% XG, 0.25% CMC e para a mistura de 0.09% CMC / 0.09% XG.

7.2.1 Casos teóricos

O primeiro caso teórico é do fluido puramente viscoso da lei de potência, onde a razão de Trouton é mantida constante ($p=1$). O factor de fricção de Darcy é apresentado na Fig. 24 em função do número de Reynolds generalizado (Re_g) introduzido por Dodge e Metzner (1959) e, como no modelo anterior de Cruz e Pinho [2] onde comparações mais extensas foram feitas, o nível da redução de arrasto é sobre prevista relativamente à Eq. (100) derivada de Dodge e Metzner (linhas espessas).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{2}{n^{0.75}} \log \left[Re_g \left(\frac{f}{4} \right)^{1-n/2} \right] - \frac{0.2}{n^{1.2}} \quad (100)$$

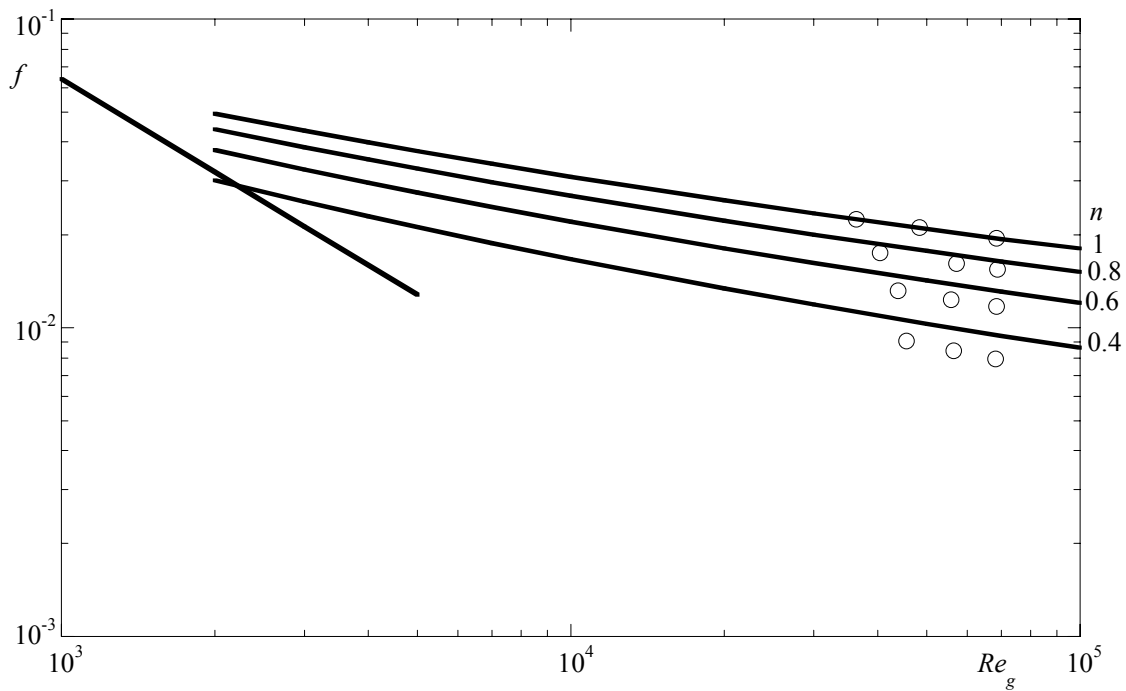


Fig. 24. Previsões do factor de fricção de Darcy (símbolos) para fluidos lei de potência e comparação com a correlação de Dodge e Metzner (1959) (corrigido na página 212 de Skelland, 1967).

Em termos do factor de fricção e velocidade média (apresentada na Fig. 25) os perfis previstos são muito semelhantes aos obtidos por Cruz e Pinho [2] onde as equações da literatura correspondentes são

$$u^+ = y_{DM}^{+1/n} \quad (101)$$

$$u^+ = \frac{5.657}{n^{0.75}} \log(y_{DM}^+) - \frac{0.566}{n^{1.2}} + \frac{3.475}{n^{0.75}} \left[1.96 + 0.816n - 1.628n \log\left(3 + \frac{1}{n}\right) \right] \quad (102)$$

com a respectiva coordenada de parede

$$y_{DM}^+ = \frac{\rho y^n u_\tau^{2-n}}{K_\nu} \quad (103)$$

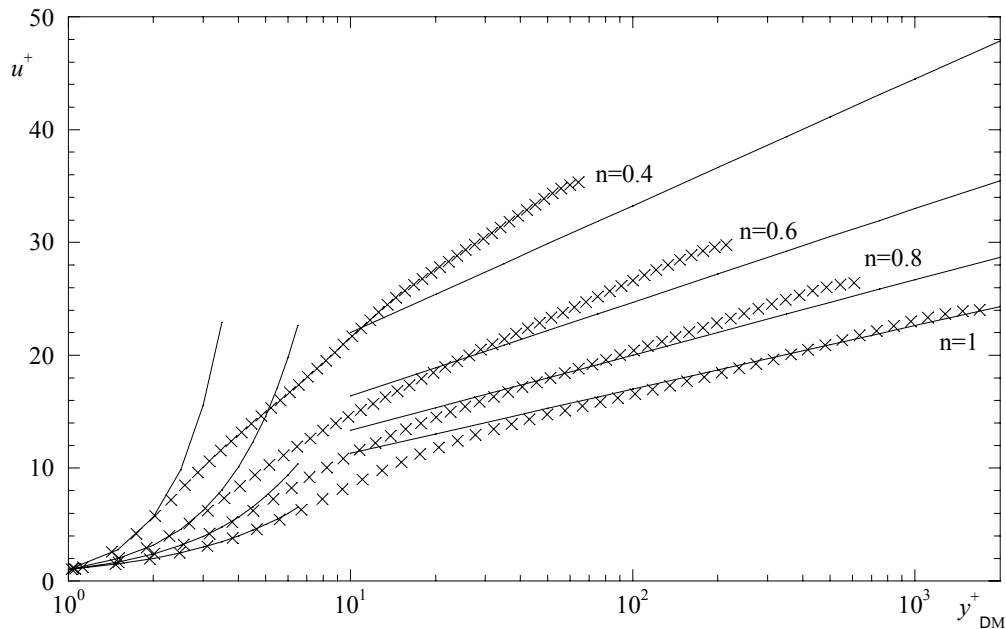
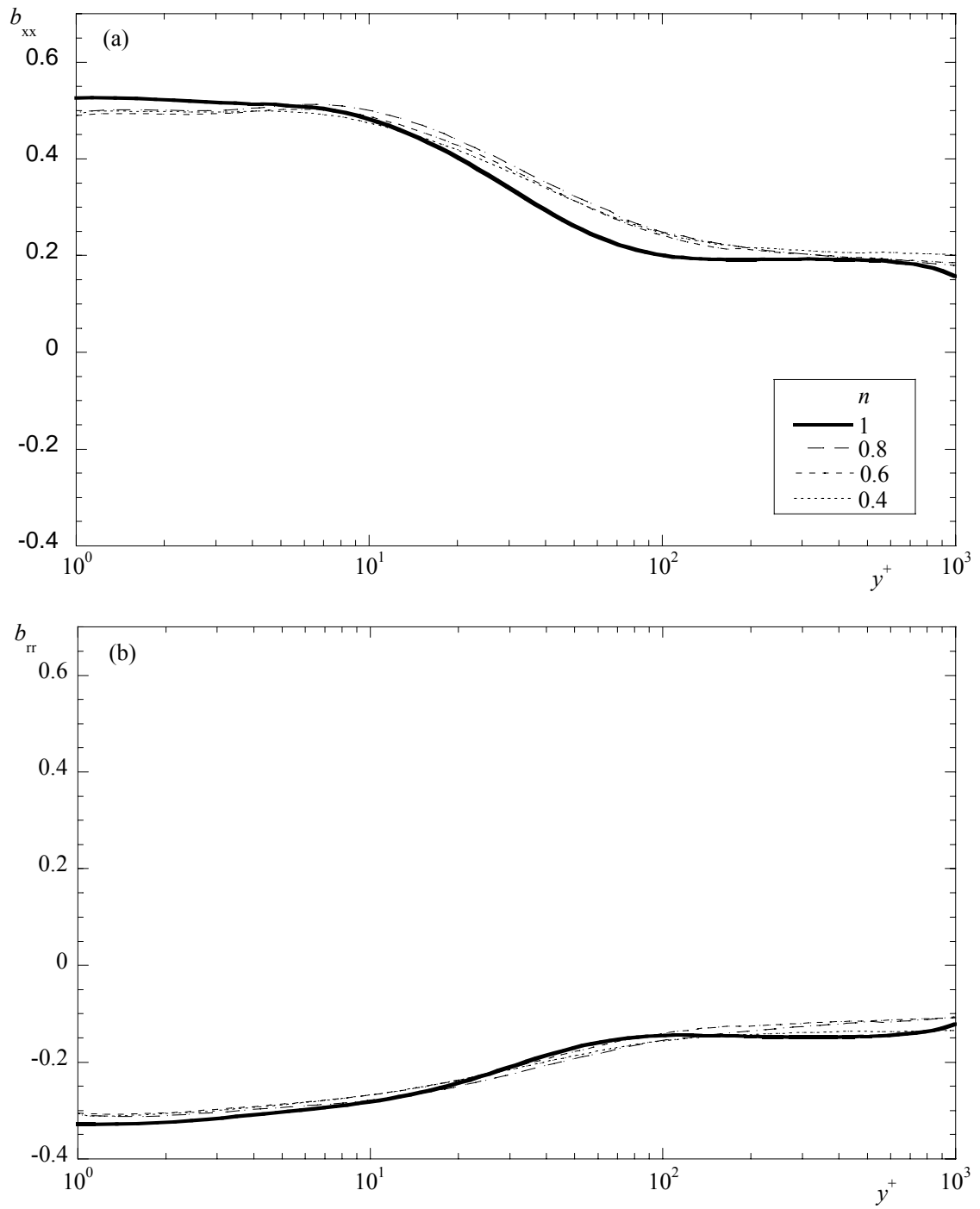


Fig. 25. Previsões da distribuição da velocidade média axial em coordenadas de parede generalizadas (símbolos) de fluidos lei de potência para $Re_g = 68500$ e comparação com a correlação de Dodge e Metzner (1959) (corrigido na página 212 de Skelland, 1967).

$$b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (104)$$

Na Fig. 26 as três componentes normais do tensor da anisotropia (Equação (104)) são apresentadas em coordenadas de parede. Três diferentes tipos de comportamento podem ser identificados: muito próximo da parede, dentro da subcamada viscosa, reo-fluidificante favorece ligeiramente a isotropia, reduzindo a maior componente normal (b_{xx}) e aumentando as mais pequenas (b_{rr} e $b_{\theta\theta}$). No centro da conduta todos os perfis tendem para zero (isotrópico) porque o modelo turbulento conduz-nos às tensões de Reynolds isotrópicas na ausência de qualquer taxa de deformação não nula. Na mais importante região intermédia (lei logarítmica) que inclui o pico da turbulência e as zonas de produção da turbulência principal, existe claramente um aumento da anisotropia das tensões de Reynolds com o reo-fluidificante, especialmente para b_{xx} e $b_{\theta\theta}$. Para a componente radial, b_{rr} , o comportamento é misturado. Em termos das flutuações da velocidade individuais normalizadas em coordenadas de parede, $u'_{xx}{}^+$, $u'_{rr}{}^+$ e $u'_{\theta\theta}{}^+$, todos as componentes aumentam com reo-fluidificante especialmente a componente axial, Fig. 27, que explica os valores elevados de b_{xx} . Em qualquer dos casos, o valor da redução de arrasto devido ao reo-fluidificante é sempre muito pequena, mas tendo em conta todas as componentes de b podemos concluir que existe um aumento na anisotropia das tensões de Reynolds com o reo-fluidificante.



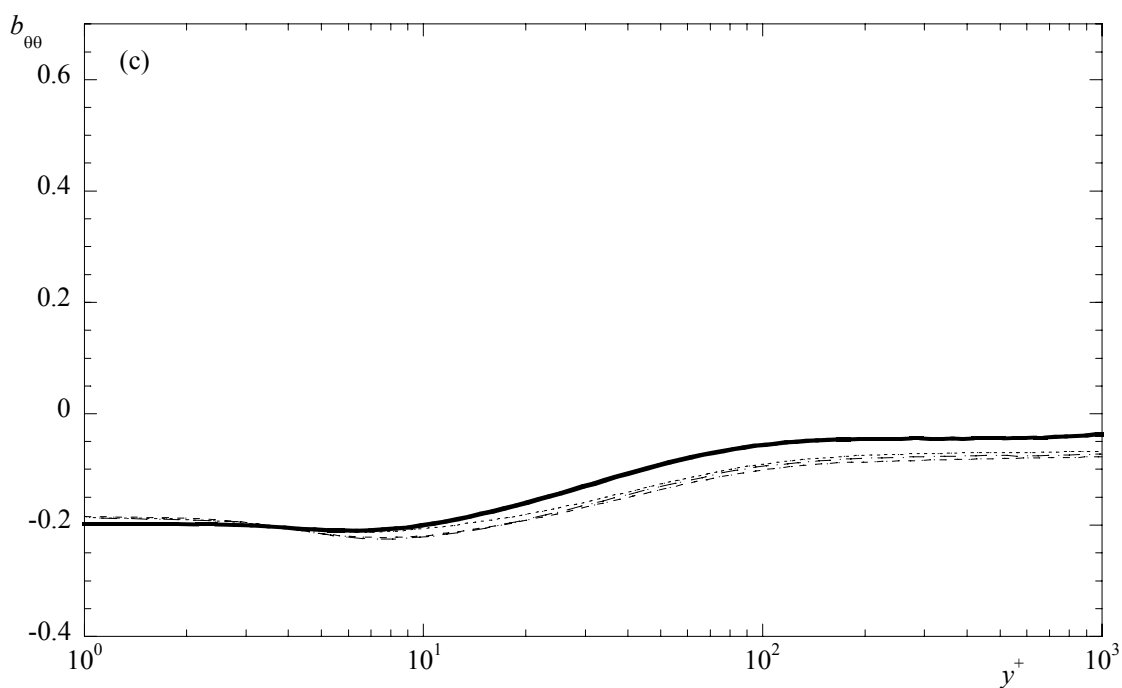
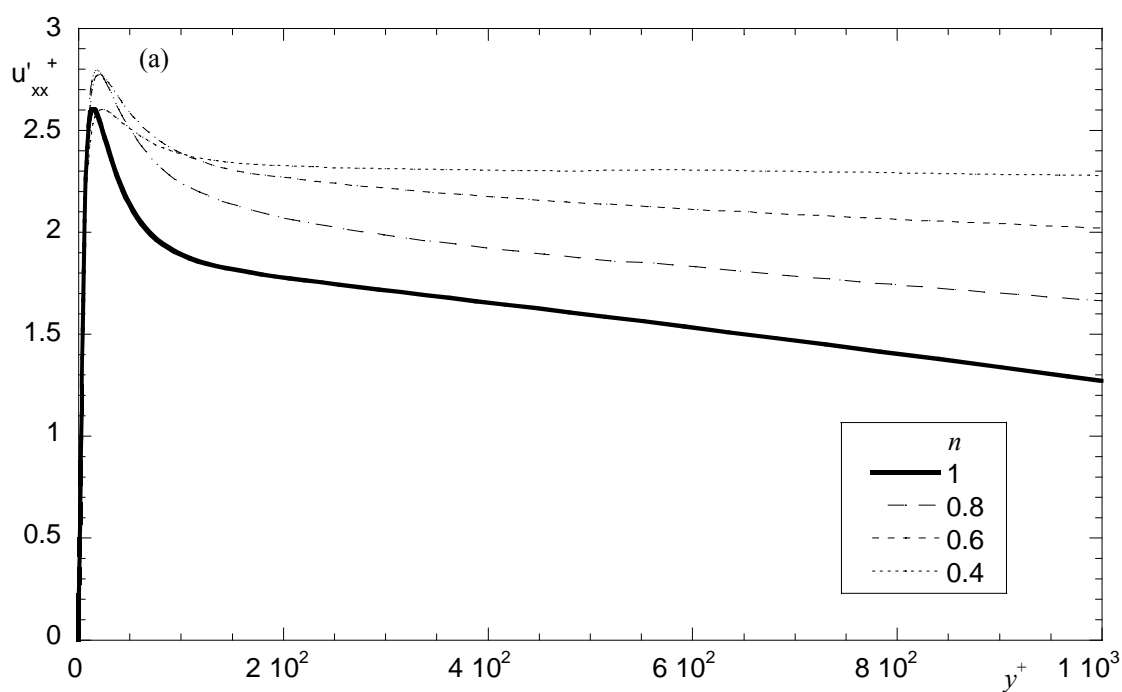


Fig. 26. Previsões da distribuição anisotrópica das tensões de Reynolds normais de fluidos lei de potência para $Re_g = 68500$: (a) b_{xx} ; (b) b_{rr} ; (c) $b_{\theta\theta}$.



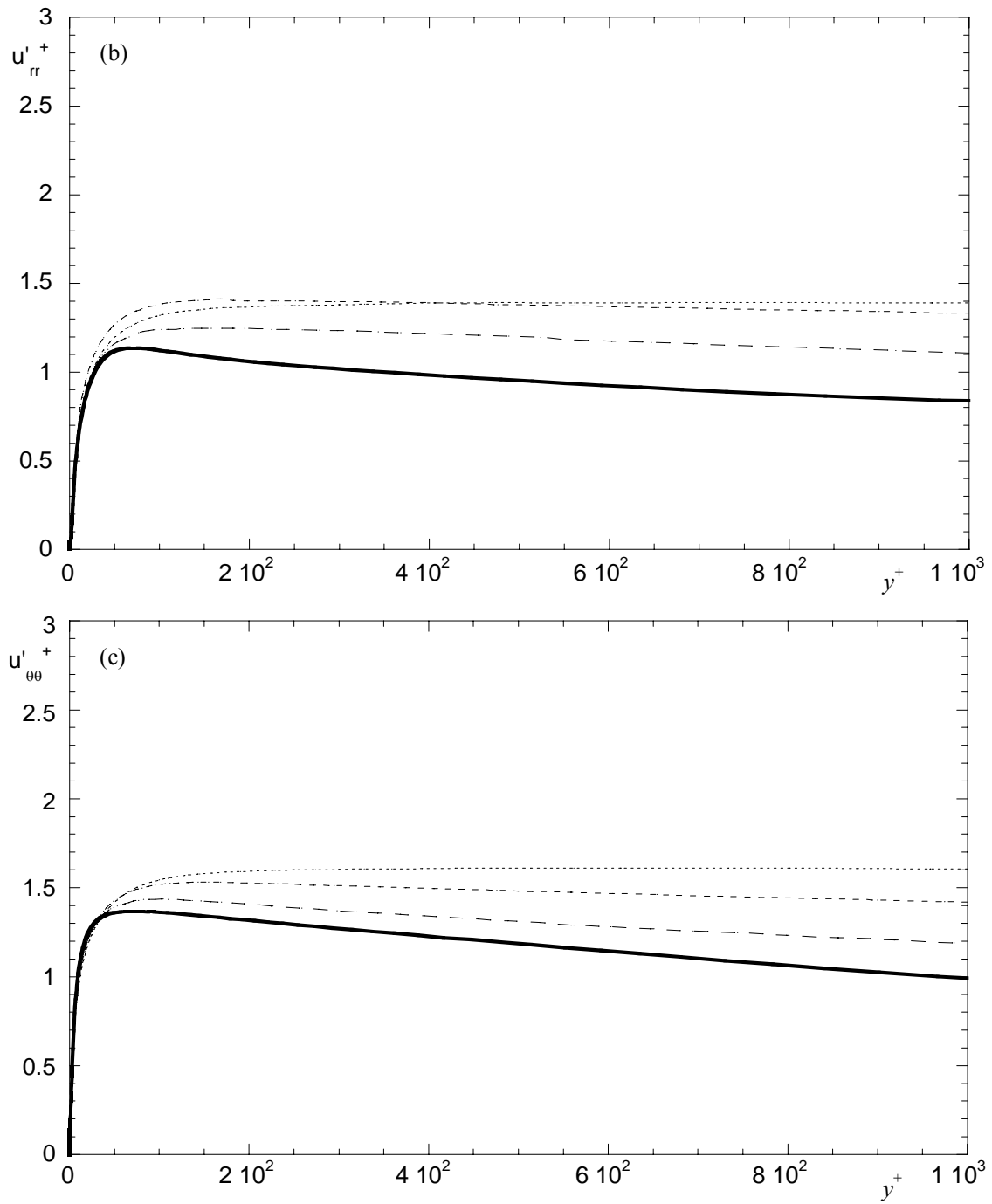


Fig. 27. Previsões da distribuição anisotrópica das tensões de Reynolds normais normalizadas em coordenadas de parede de fluidos lei de potência para $Re_g = 68500$: (a) u'_{xx}^+ ; (b) u'_{rr}^+ ; (c) $u'_{\theta\theta}^+$.

No segundo caso limite, de maior interesse aqui, são aqueles fluidos que contêm a viscosidade de corte constante com o reo-espessamento da razão de Trouton quantificado pelo expoente p . Esta é a propriedade do fluido que está por trás do efeito principal da redução de arrasto e, na Fig. 28, a variação do factor de fricção com p é apresentada em função do número de Reynolds de parede (Re). A assíntota da máxima redução de arrasto de Virk é atingida para valores de p próximos de 1.55. Os correspondentes perfis da velocidade axial em coordenadas de parede são mostrados na Fig. 29 e novamente a assíntota da máxima redução de arrasto de Virk para a velocidade é atingida para $p=1.55$. Note-se que a chamada assíntota não é verdadeiramente uma assíntota mas é na realidade um conjunto de dados experimentais. À medida que p é progressivamente aumentado, a lei logarítmica é deslocada para cima e a elevados níveis de redução de arrasto existe também um aumento no declive da região da lei logarítmica, até que o máximo declive é atingido para $p=1.55$.

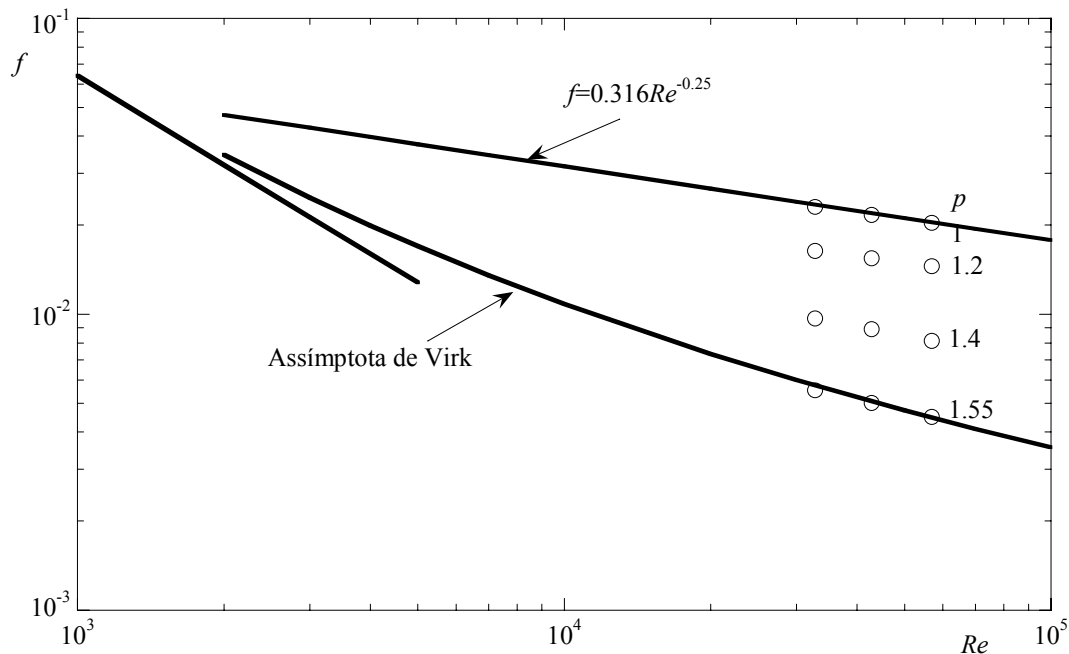


Fig. 28. Previsões do factor de fricção de Darcy (símbolos) de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton ($n=1$ e $K_e=1$) em escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos em conduta.

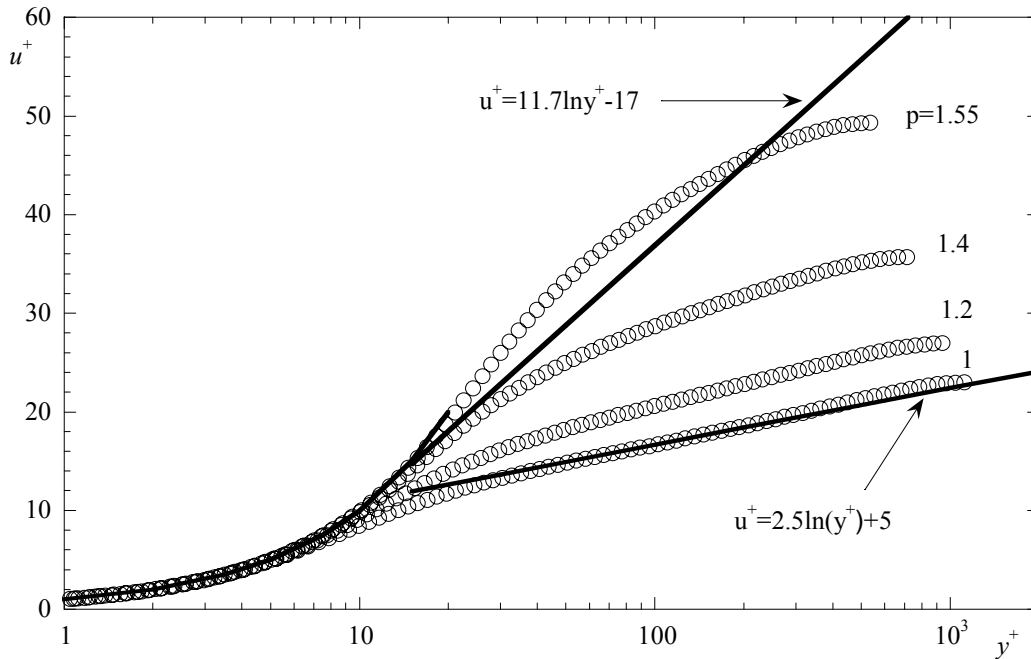
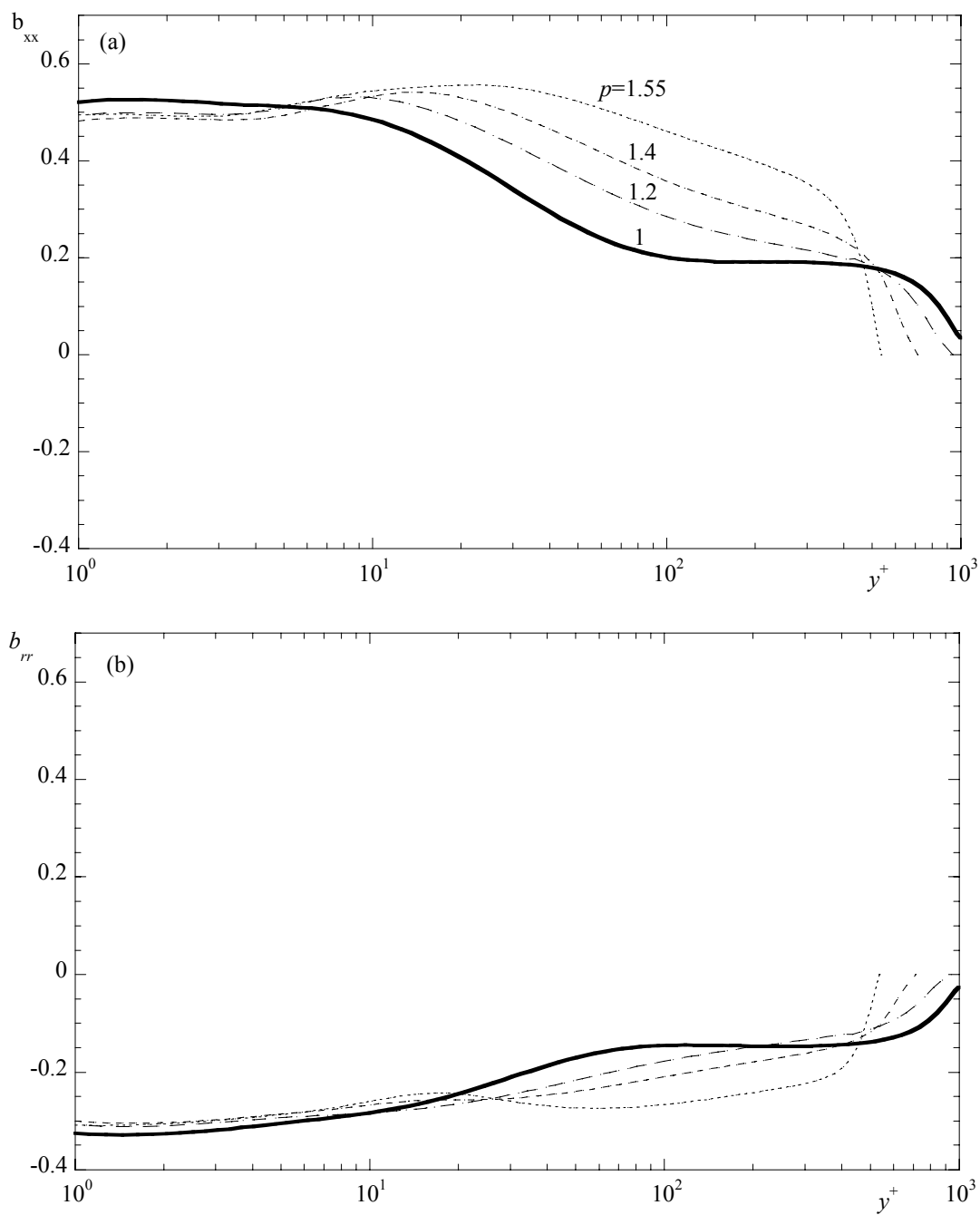


Fig. 29. Previsões da distribuição da velocidade média axial (símbolos) de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton ($n=1$ e $K_e=1$) em escoamentos turbulentos em conduta para $Re=47700$.

Como esperado, o efeito de p na anisotropia das tensões de Reynolds é consideravelmente mais forte do que no de n , de acordo com as descobertas de Cruz e Pinho [2]. As três componentes normais do tensor da anisotropia são apresentados na Fig. 30 (a) - (c) e, na região entre $y^+ \approx 10$ e na proximidade do centro da conduta, existe um intenso aumento em b_{xx} e um decréscimo em ambos b_{rr} e $b_{\theta\theta}$. Como mencionado acima, no centro da conduta o modelo é incapaz de prever a anisotropia porque todas as componentes da taxa de deformação são nulas. Perto da parede, p reduz a anisotropia mas o efeito é muito pequeno correspondendo à subcamada viscosa. Isto é de facto o resultado dos diferentes caminhos do aumento das várias tensões de Reynolds com a distância à parede. Uma inspecção às variações das tensões de Reynolds individuais quando normalizadas em coordenadas de parede, Fig. 31, mostram um grande aumento na componente axial e pequenos aumentos nas componentes tangencial e radial (o aumento do anterior é mais do dobro do que na componente tangencial e mais do triplo do que na componente radial). Quando normalizadas com a velocidade média do

escoamento, as flutuações da velocidade radial e tangencial de facto diminuem. A localização dos valores máximos de cada tensão de Reynolds movem-se afastando-se da parede à medida que p progressivamente aumenta e os picos alargam.



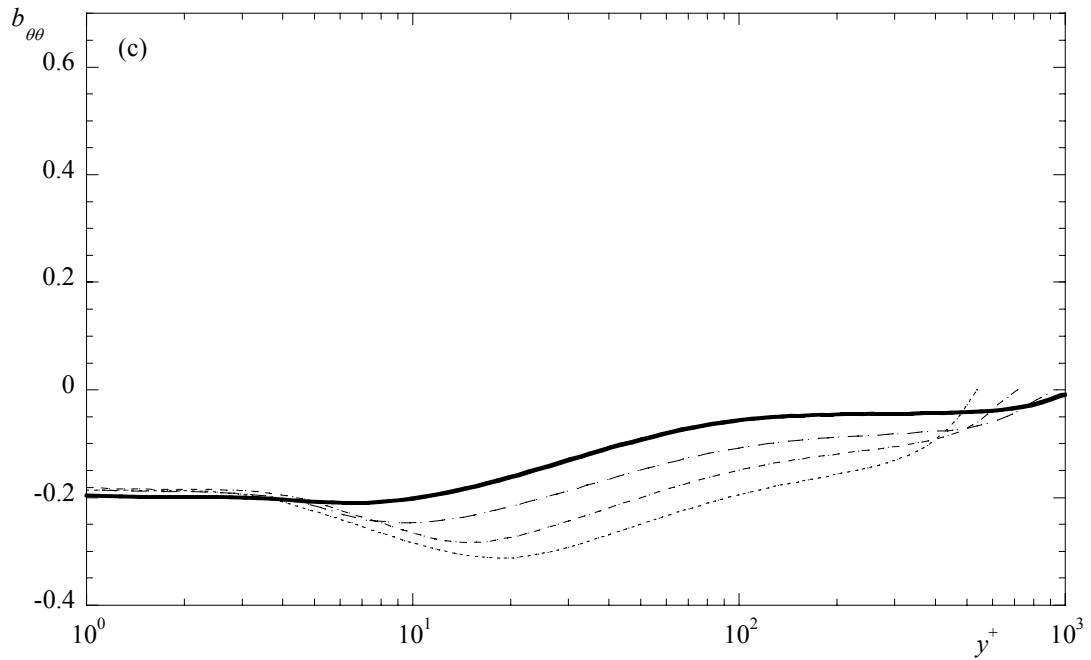
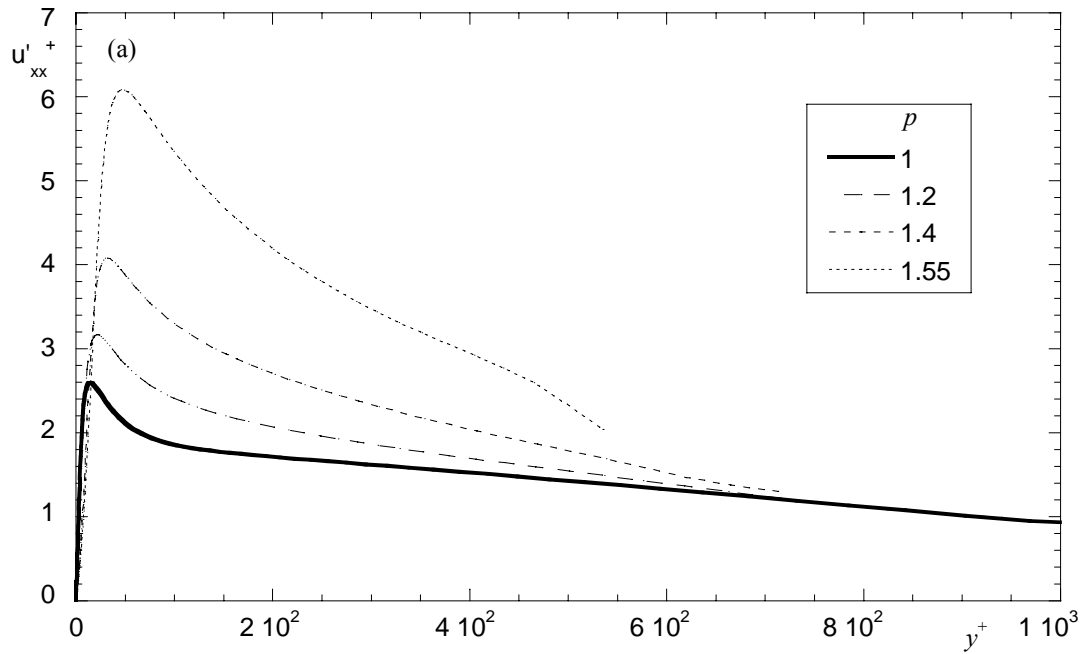


Fig. 30. Previsões da distribuição anisotropia das tensões de Reynolds normais de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton para $R_e=47700$: (a) b_{xx} ; (b) b_{rr} ; (c) $b_{\theta\theta}$.



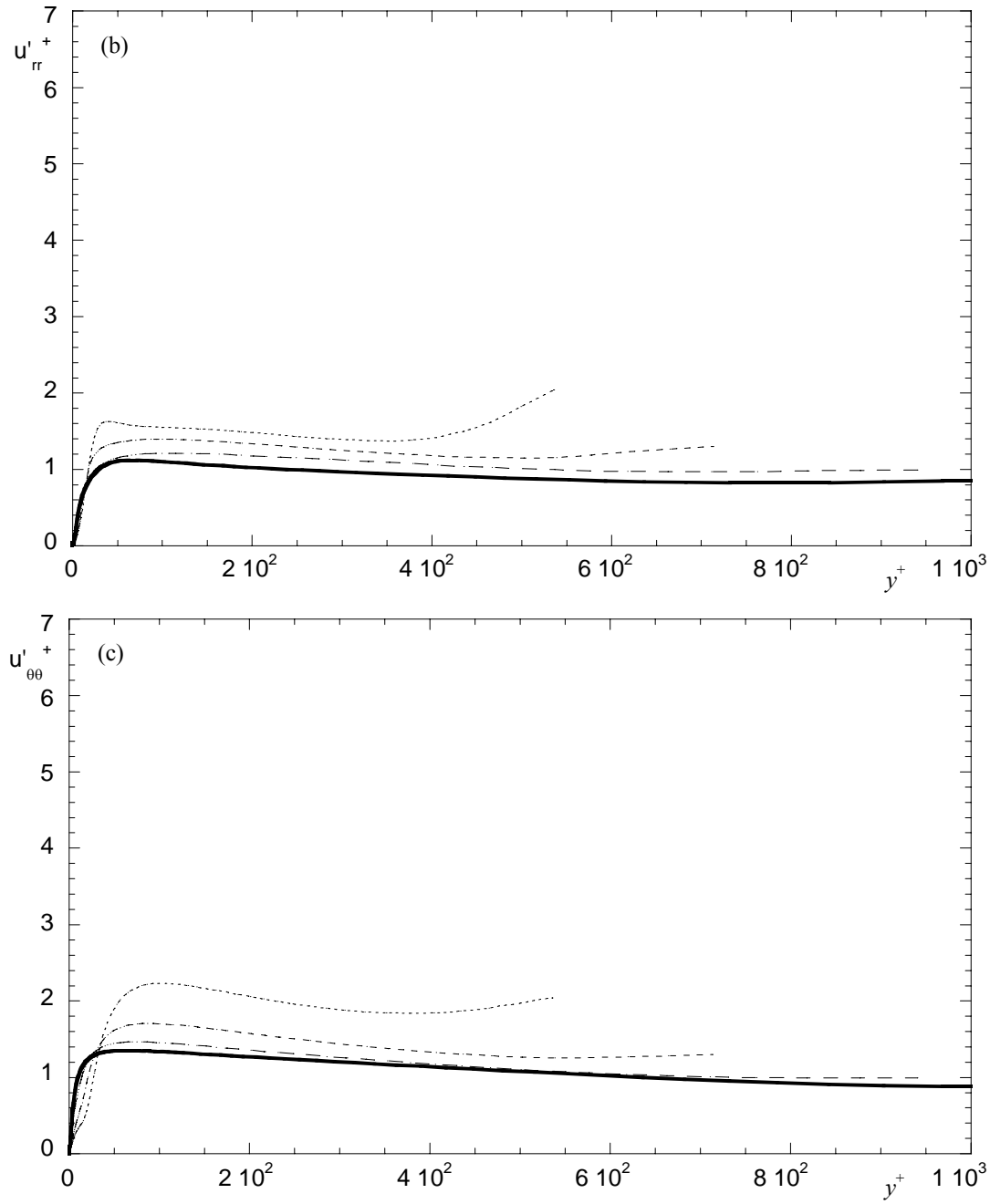


Fig. 31. Previsões da distribuição anisotropia das tensões de Reynolds normais normalizadas em coordenadas de parede de fluidos reo-espessantes da razão de Trouton para $Re=47700$: (a) u'_{xx}^+ ; (b) u'_{rr}^+ ; (c) $u'_{\theta\theta}^+$.

7.2.2 Comparações com dados experimentais

Começamos por apresentar os resultados para a solução 0.125% PAA, o fluido que foi usado para calibrar a parte isotrópica do modelo turbulento. Na calibração, só o conjunto de dados relativos à variação do factor de fricção com o número de Reynolds de parede foi usado por Cruz e Pinho [2] e mais recentemente por Cruz et al. [3]. Contudo, dado que pequenas modificações foram introduzidas, nesta parte da tese, na parte isotrópica do modelo, para completar apresentamos novamente as comparações entre as previsões e as medições do factor de fricção. Isto é seguido pelas comparações das previsões com as medições da velocidade média, energia cinética de turbulência e finalmente as tensões de Reynolds normais individuais.

Na Fig. 32 e Fig. 33 comparamos os dados experimentais de $f-Re$ e u^+-y^+ de Escudier et al. [29] com as previsões do modelo $k-\varepsilon$ isotrópico da tensão pseudo-elástica e do novo modelo anisotrópico. Assim como os fluidos teóricos da secção anterior, as diferenças entre as previsões dos dois modelos turbulentos destas duas quantidades são desprezadas e consequentemente não se irá apresentar dos restantes fluidos. Para a energia cinética de turbulência em ambos os modelos turbulentos obtemos previsões similares, Fig. 34.

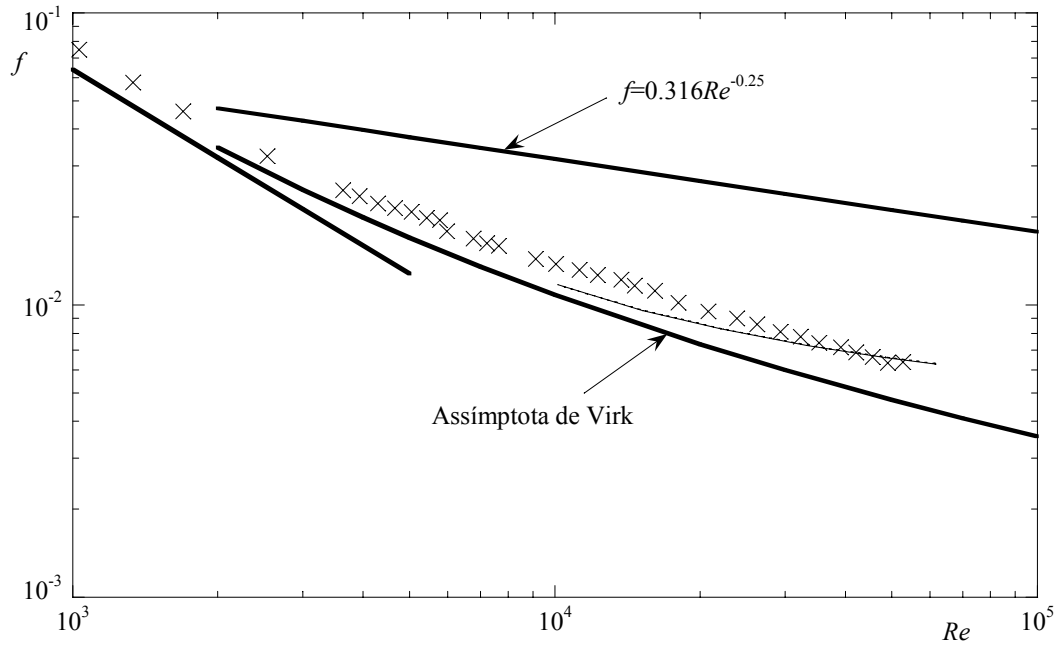


Fig. 32. Previsões do factor de fricção de Darcy de escoamento turbulento completamente desenvolvido em conduta com 0.125% PAA: × Escudier et al. [29], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha contínua - previsões do modelo anisotrópico.

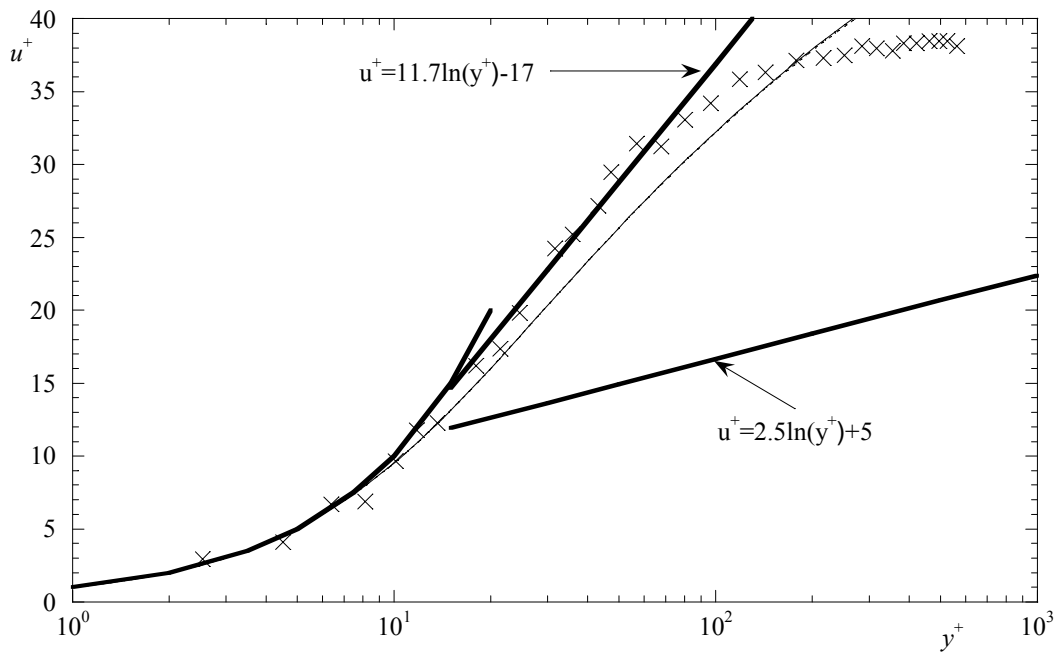


Fig. 33. Previsões da velocidade média axial de escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$: × Escudier et al. [29], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha contínua - previsões do modelo anisotrópico.

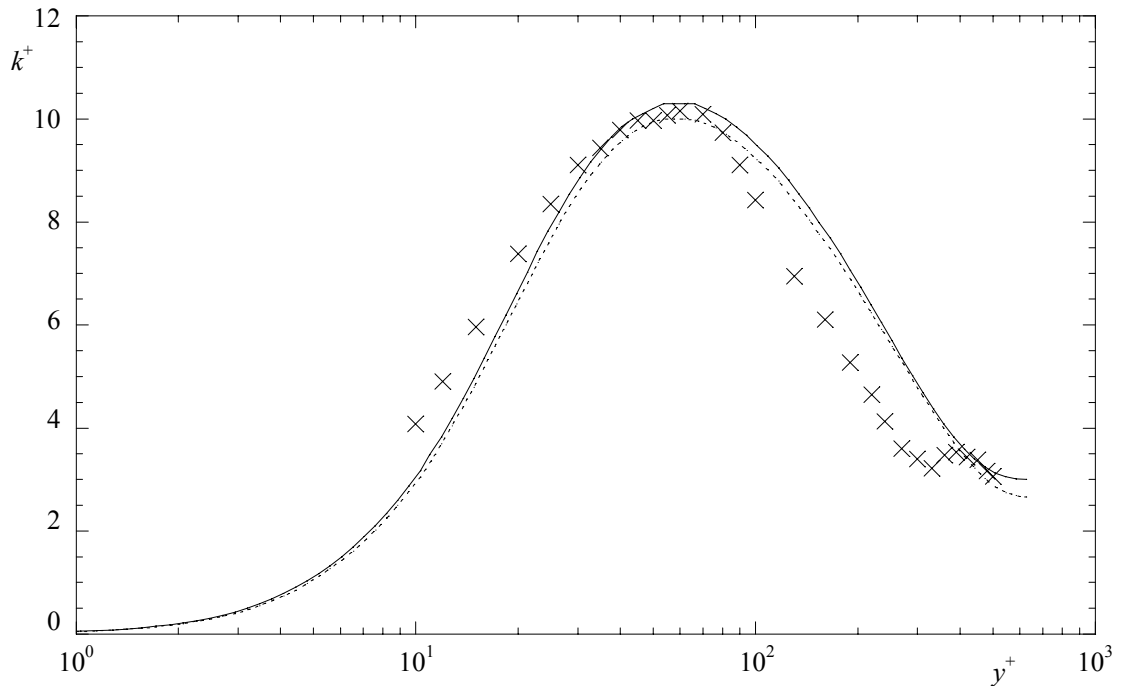


Fig. 34. Previsões da energia cinética de turbulência de escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$: \times Presti [22], Linha tracejada - previsões do modelo da tensão pseudo-elástica, Linha contínua - previsões do modelo anisotrópico.

Relativamente às tensões de Reynolds normais, comparamos na Fig. 35 os dados experimentais com as previsões do modelo não linear para 0.125% PAA sem as funções correctivas, e depois na Fig. 36 com as funções correctivas ligadas. Mesmo na ausência das correcções viscoelásticas, e comparando o comportamento newtoniano (Fig. 23) com o comportamento do 0.125% PAA, o modelo captura qualitativamente as variações em todas as tensões e as diferenças existentes entre as previsões e os dados experimentais, excepto muito próximo da parede onde a tensão radial excede a tensão tangencial. Contudo, as diferenças entre os dados experimentais e as previsões na Fig. 35 não são muito diferentes das diferenças homólogas na Fig. 23. É claro que ao activar no modelo as funções correctivas as previsões melhoram significativamente, especialmente as da componente radial e tangencial. Isto não é surpreendente porque as previsões da energia cinética de turbulência provaram ser boas (modelo da tensão pseudo-elástica)

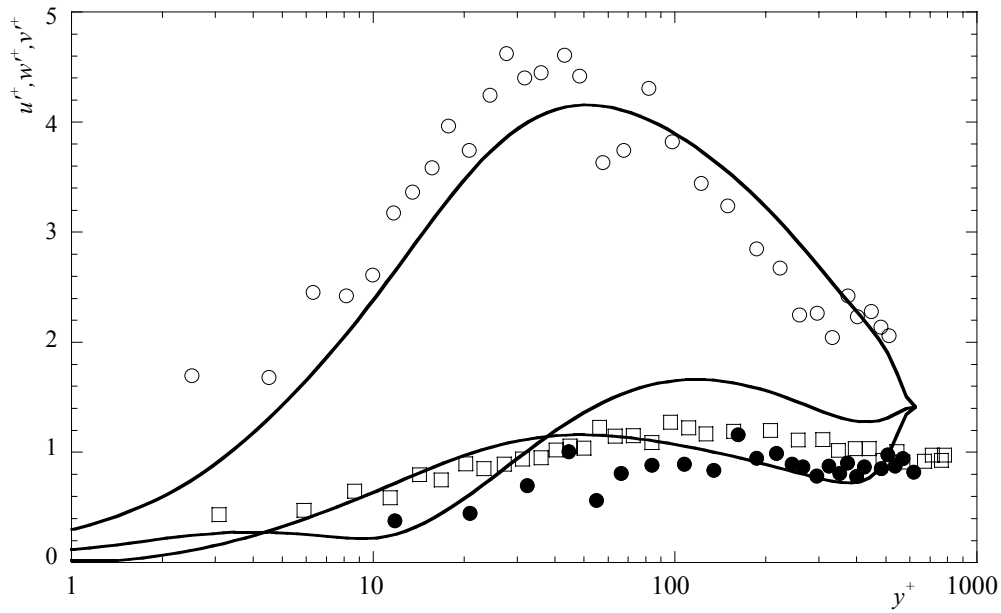


Fig. 35. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$):

o u'^{+} , \square w'^{+} , \bullet v'^{+} - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

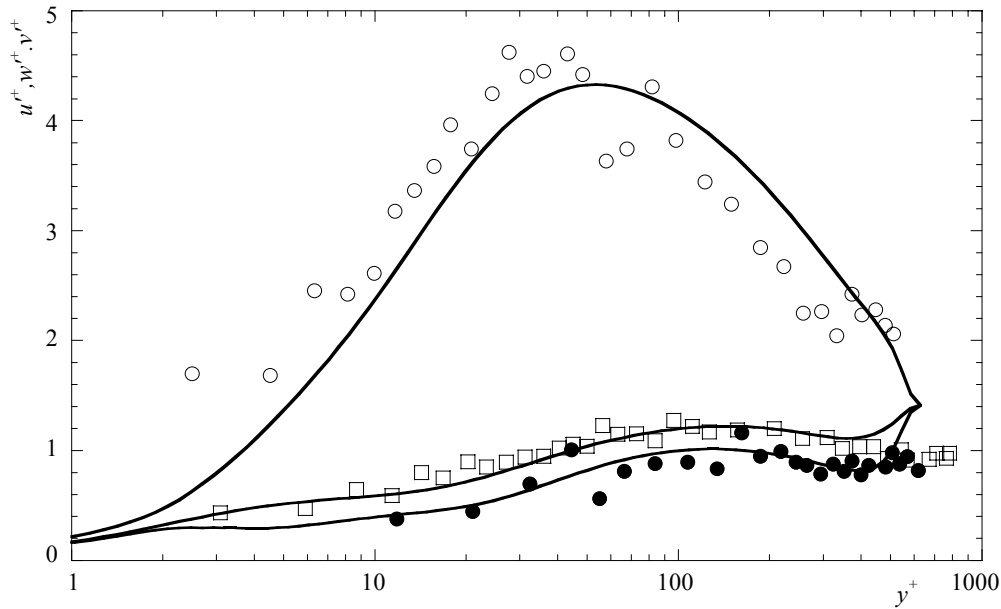


Fig. 36. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.125% PAA para $Re=42900$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas

Equações (87)-(92)): o u'^{+} , \square w'^{+} , \bullet v'^{+} - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

e a maior contribuição para k é $\overline{u^2}$, isto é, as previsões desta componente não podem ser obtidas com muito erro.

As previsões do factor de fricção e da velocidade média para a solução 0.25% CMC, mostradas no modelo da tensão pseudo-elástica, estão de acordo com os dados experimentais, enquanto que as previsões do perfil da energia cinética de turbulência estão deslocadas, afastando-se da parede, apesar dos valores estarem correctos. Como foi dito anteriormente, a principal contribuição para k vem da tensão de Reynolds normal axial, assim podemos observar o mesmo padrão na Fig. 37 e Fig. 38 para esta componente. Em contraste com a solução PAA, as previsões de $\overline{v^2}$ são sempre mais baixas do que $\overline{w^2}$ mesmo próximo da parede e indiferentemente se as funções correctivas estão ligadas ou desligadas. Quando essas funções são usadas as previsões são melhoradas, como esperado.

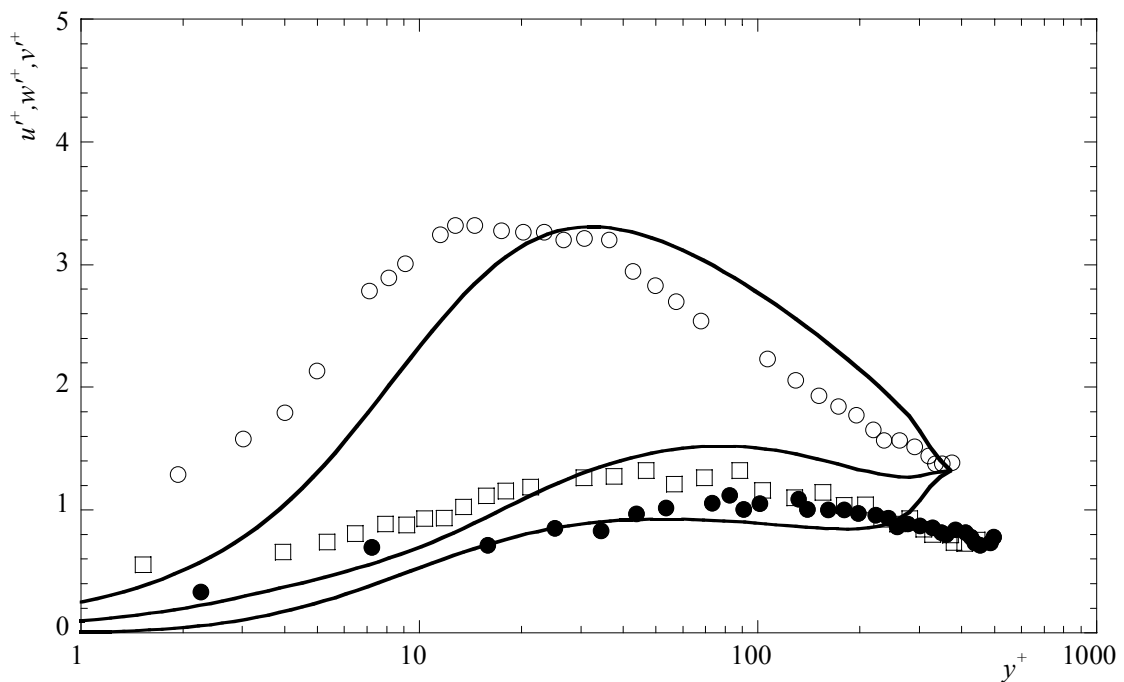


Fig. 37. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.25% CMC para $Re=16600$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$):

o u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

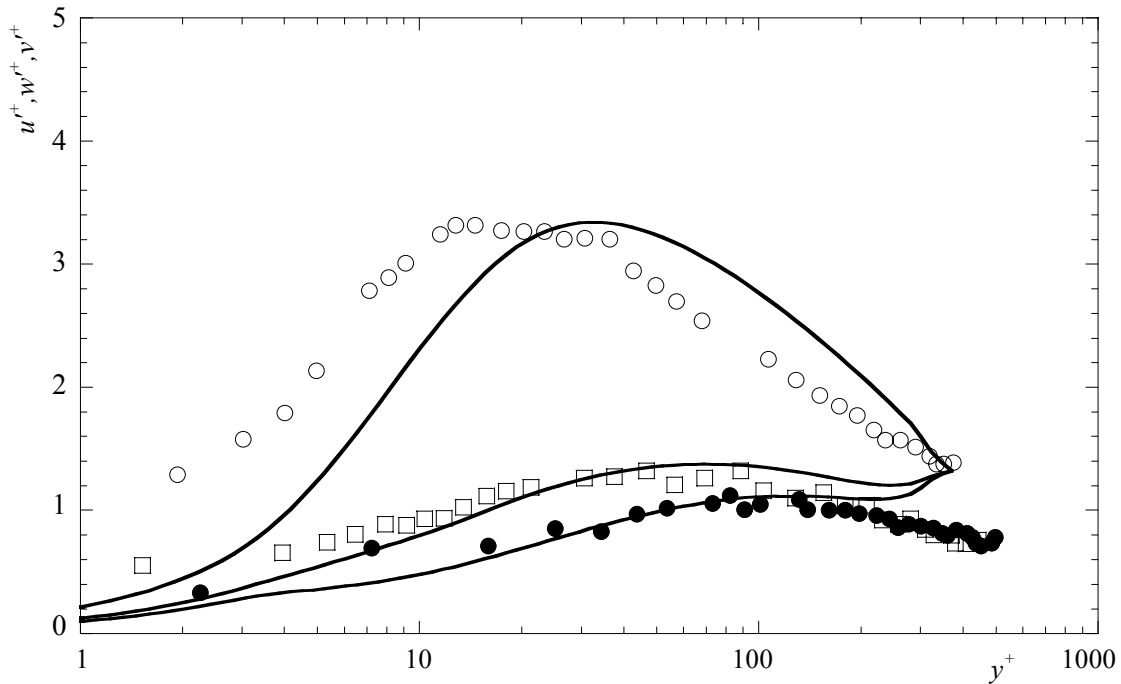


Fig. 38. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.25% CMC para $Re=16600$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): o u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

Ambas as soluções PAA e CMC envolvem moléculas flexíveis, enquanto que os restantes dois fluidos contêm moléculas semi-rígidas de goma de xantano. Apesar do modelo anisotrópico melhorar as previsões da redução de arrasto para as soluções de 0.2% XG e da mistura de XG/CMC relativamente ao modelo da tensão pseudo-elástica, ainda existe uma diferença significativa relativamente aos dados experimentais como se pode ver na Fig. 39. Em termos das previsões das tensões de Reynolds, novamente o modelo turbulento prevê razoavelmente bem a anisotropia das tensões com as funções correctivas desligadas (Fig. 40) e melhoram com as funções ligadas (Fig. 41). A subavaliação de u'^+ ($u'^+ \equiv \sqrt{u'^2}/u_\tau$) reflecte a sub previsão de k que pode ser vista no modelo da tensão pseudo-elástica. Apesar das previsões de $f-Re$ terem melhorado relativamente ao modelo turbulento anterior, a previsão do valor máximo de k^+ é actualmente ligeiramente mais baixa.

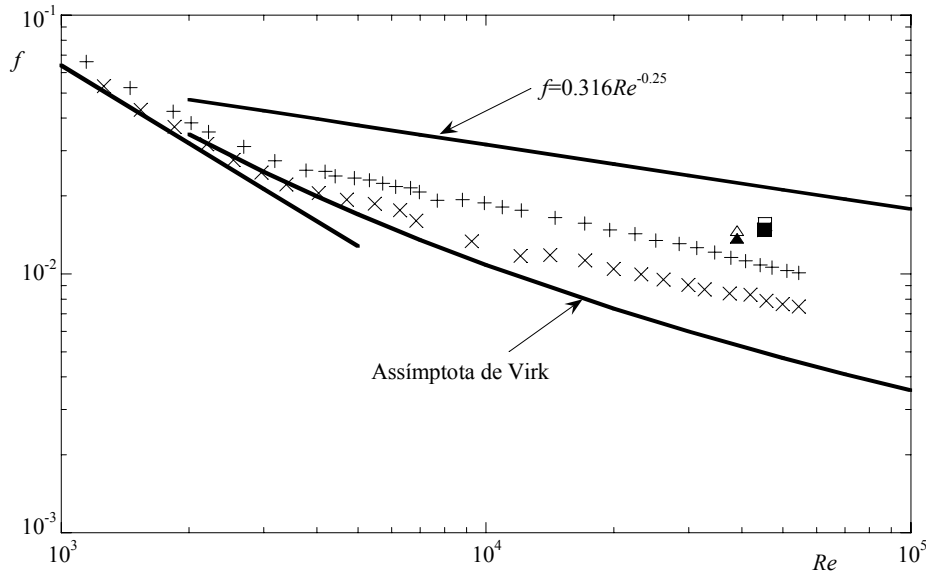


Fig. 39. Comparação entre os dados experimentais (Escudier et al. [29]) e previsões (modelo da tensão pseudo-elástica; modelo anisotrópico) do factor de fricção de Darcy para escoamento completamente desenvolvido em conduta com 0.2% XG e 0.09% CMC / 0.09% XG (mistura): Escudier et al. [29] (\times 0.2% XG, $+$ mistura); Δ 0.2% XG (Aberto – modelo da tensão pseudo-elástica, Fechado – modelo anisotrópico); \square Mistura (Aberto – modelo da tensão pseudo-elástica, Fechado – modelo anisotrópico).

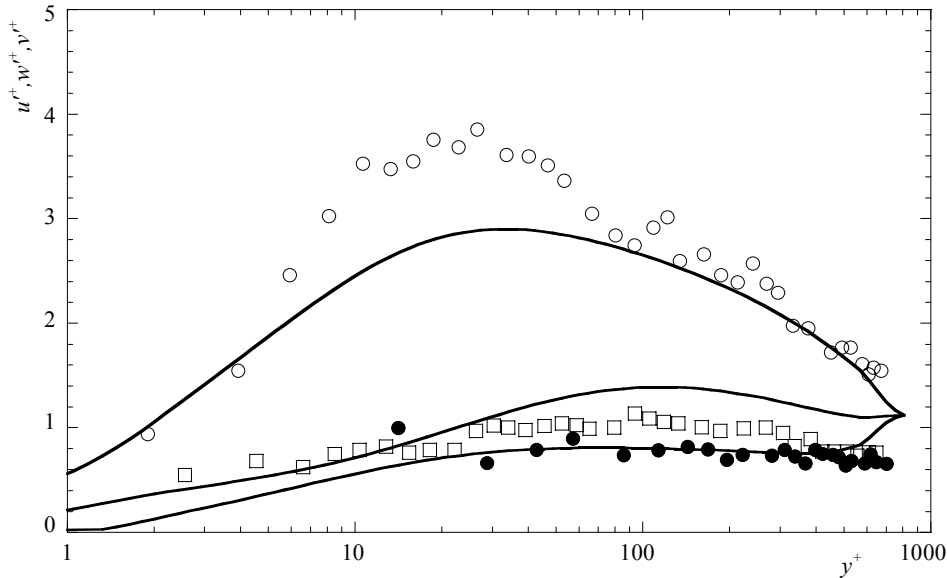


Fig. 40. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.2% XG para $Re=39000$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$): o u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

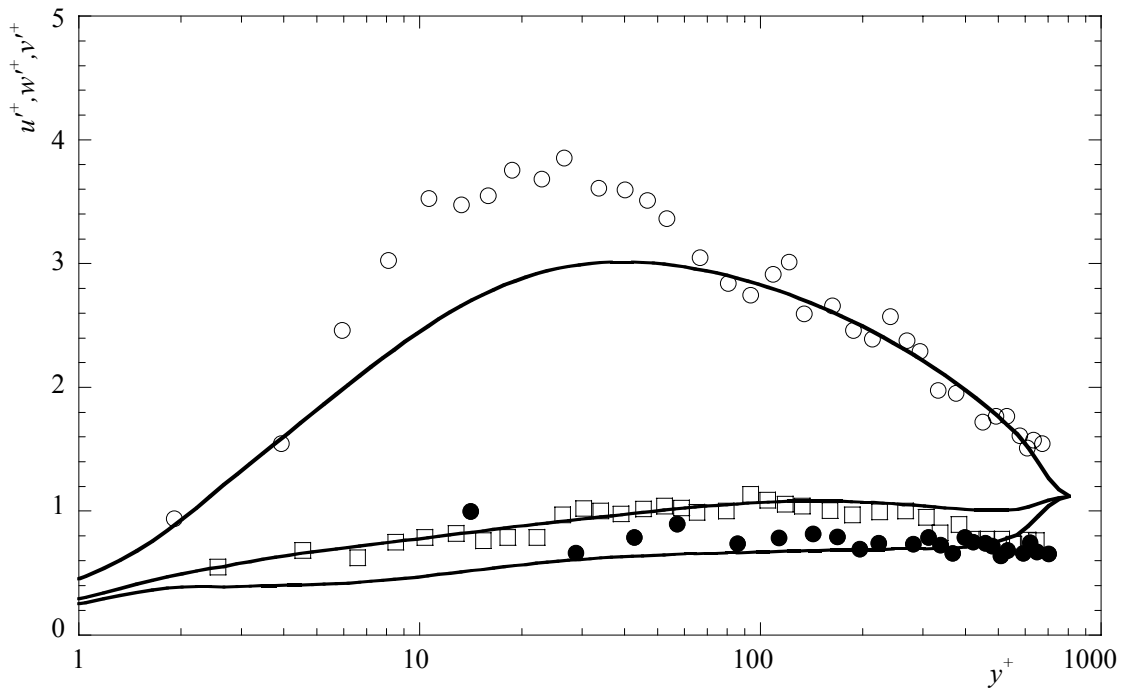


Fig. 41. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.2% XG para $Re=39000$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): o u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

Finalmente, para a mistura 0.09% CMC / 0.09% XG as Fig. 42 e Fig. 43 mostram a mesma comparação das tensões de Reynolds normais e podemos observar características similares descritas anteriormente: previsões razoáveis de todas as tensões quando as funções correctivas estão desligadas, boas previsões quando usamos as funções para v'^+ e w'^+ mas sub prevendo o pico de u'^+ , o que reflecte a dificuldade em prever correctamente a redução de arrasto e o correspondente valor máximo de k^+ .

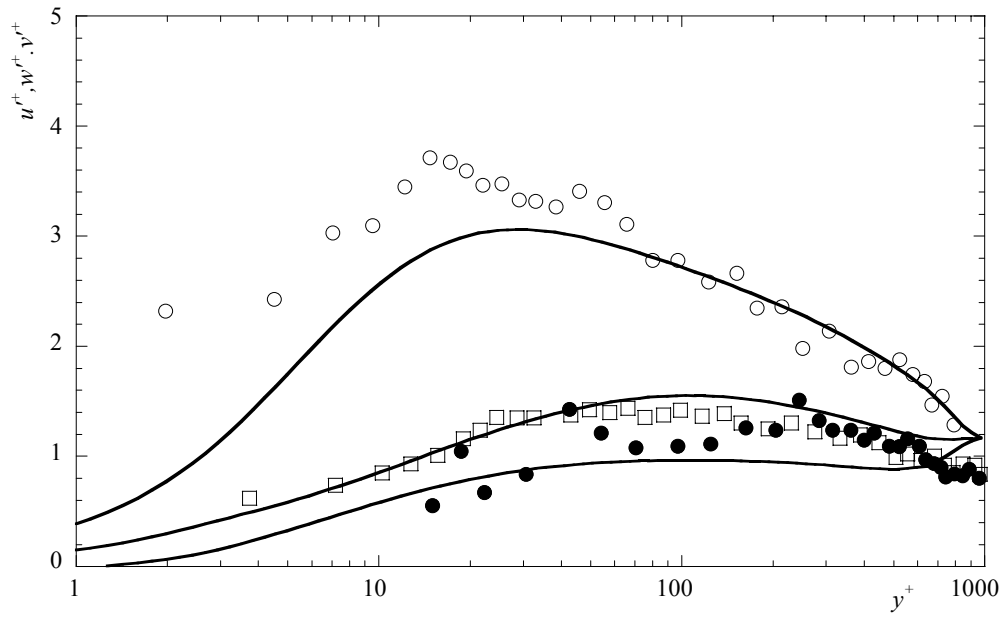


Fig. 42. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.09% CMC / 0.09% XG para $Re=45200$ quando as funções correctivas são desligadas ($f_{n,1} = f_{n,2} = f_{n,3} = 1$): o u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

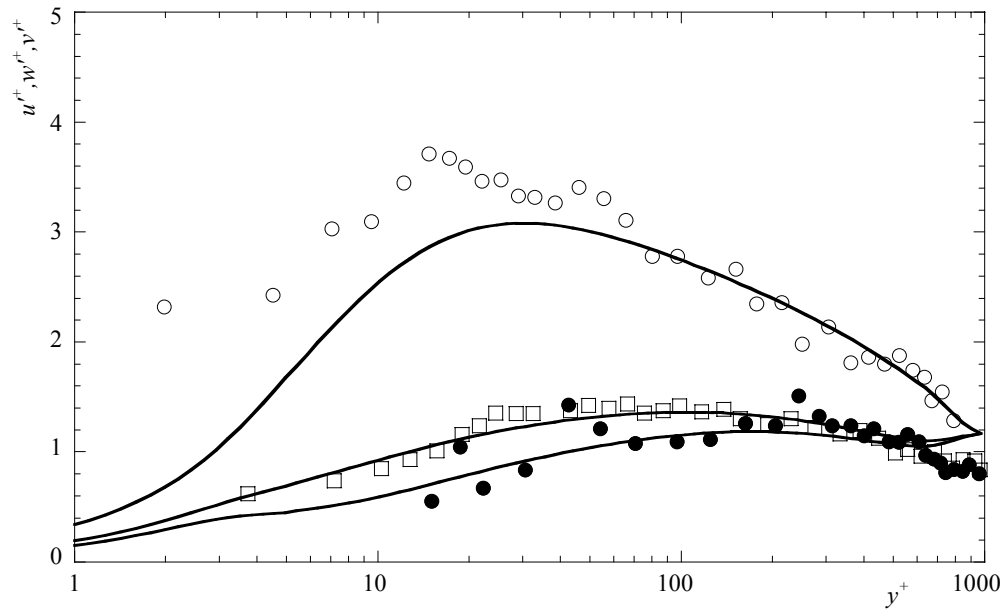


Fig. 43. Previsões das tensões de Reynolds normais num escoamento turbulento em conduta com 0.09% CMC / 0.09% XG para $Re=45200$ quando as funções correctivas são ligadas ($f_{n,1}, f_{n,2}, f_{n,3}$ dadas pelas Equações (87)-(92)): o u'^+ , \square w'^+ , \bullet v'^+ - experimental; Linhas - modelo anisotrópico.

Estudou-se também o efeito da variação do diâmetro da conduta no factor de fricção de Darcy. Ao observar a Fig. 44 podemos verificar que o seu efeito é pequeno e contrário ao observado experimentalmente, o que deixou antever uma deficiência no modelo a necessitar de correcção futura. Assim, para um aumento de 50% no diâmetro obteve-se uma diminuição máxima de 9.5% no factor de fricção, enquanto as experiências de Hoyt e Sellin [51] verificaram um aumento de 35% aproximadamente no f para o mesmo aumento de 50% no diâmetro, em soluções poliméricas muito diluídas.

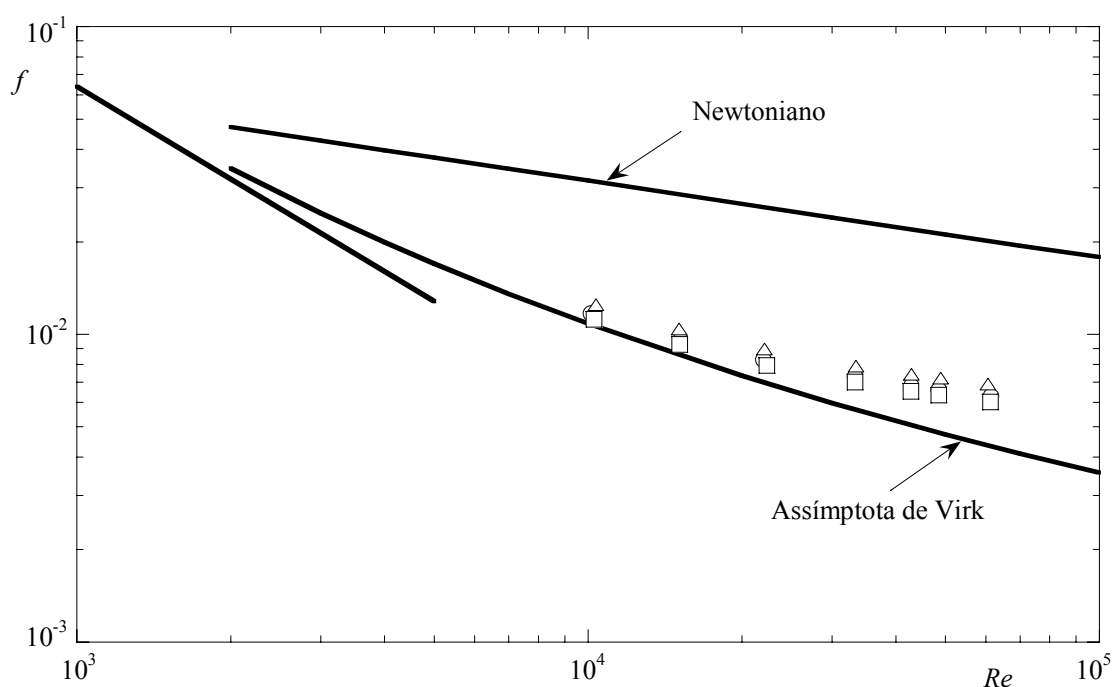


Fig. 44. Previsões do factor de fricção de Darcy para diferentes diâmetros em escoamento turbulento completamente desenvolvido em conduta com 0.125% PAA: o diâmetro 0.1004 m, □ diâmetro 0.1504 m, Δ diâmetro 0.0504 m.

Capítulo 8

Conclusões e sugestões de trabalho futuro

8.1 Conclusões

Esta tese contribui com evoluções do modelo turbulento de Cruz e Pinho [2] para fluidos viscoelásticos. Especificamente são propostos dois novos modelos melhorados: na primeira contribuição é incluído, nas equações da quantidade de movimento e de k , um novo termo associado a uma tensão pseudo-elástica, que contabiliza a correlação entre as flutuações da viscosidade e as flutuações da taxa de deformação, originando um novo fecho do modelo, Cruz et al. [3]. Na segunda contribuição é desenvolvido um modelo alternativo para as tensões de Reynolds que não invoca a isotropia da tensões de Reynolds normais, Resende et al. [4]. De seguida, apresenta-se em mais detalhe estas duas contribuições específicas, começando-se pelo modelo dito da tensão pseudo-elástica e posteriormente pelo modelo anisotrópico, também referido como modelo k - ε não linear.

Relativamente ao modelo da tensão pseudo-elástica, a sua calibração fez-se por comparação com resultados experimentais para a solução 0.125% PAA de Escudier et al. [29] que resulta num valor $C=70$ na função de amortecimento f_μ e $C_0=+3$ para o fecho da tensão pseudo-elástica. O desempenho do modelo foi testado por comparação com valores experimentais para outros fluidos.

A vantagem deste novo modelo em relação à versão anteriormente desenvolvida por Cruz e Pinho é o melhoramento na distribuição da energia cinética de turbulência para todos os fluidos testados, especialmente no k^+ , enquanto decresce ligeiramente a qualidade nas previsões para as outras quantidades (f e u^+). Contudo, em alguns casos k/U^2 foi previsto por excesso, necessitando de melhoramentos no futuro.

A decomposição clássica da tensão de corte total em tensão de Reynolds, tensão viscosa do solvente e tensão polimérica, como é feita na literatura, mostra um forte défice da tensão de Reynolds que tende ser compensada pela tensão polimérica que inclui a tensão pseudo-elástica, apesar desta assumir valores muito pequenos. Essa tensão polimérica é da mesma ordem de grandeza que a tensão de Reynolds no centro

da conduta, mas superior junto à parede, e estas observações estão de acordo com os resultados das simulações de DNS. Finalmente, previsões foram levadas a cabo para casos da literatura obtidos por DNS, tendo-se verificado que o modelo turbulento mostrou uma excessiva redução de arrasto, podendo ser uma consequência da diferente qualidade dos dados experimentais disponíveis da viscosidade extensional.

Na segunda fase do trabalho, desenvolveu-se um modelo k - ε não linear para baixos números de Reynolds, capaz de prever a anisotropia das tensões de Reynolds normais e o aumento da sua magnitude com a viscoelasticidade. Isso fez-se através de modificações adequadas com base num modelo anisotrópico para fluidos newtonianos de Park et al. [21]. A par destas alterações efectuaram-se pequenas mudanças da componente isotrópica do modelo que melhoraram as previsões das quantidades médias turbulentas do escoamento, tais como o factor de fricção, velocidade média e a energia cinética de turbulência.

O novo modelo isotrópico, que continha também o modelo da tensão pseudo-elástica, juntamente com o modelo anisotrópico para fluidos newtonianos, era capaz de prever o aumento da anisotropia das tensões de Reynolds normais, mas apresentava alguns problemas de realizabilidade que foram resolvidos por inclusão das funções correctivas viscoelásticas.

8.2 Sugestões para um trabalho futuro

O desenvolvimento de modelos de turbulência para fluidos viscoelásticos é ainda embrionário e o progresso pode decorrer em várias frentes: melhorias nos actuais modelos que se baseiam numa equação constitutiva do tipo newtoniano generalizado modificada para incluir efeitos elásticos relevantes, ou o desenvolvimento de raiz a partir de uma (ou mais) equações constitutivas reológicas genuinamente viscoelásticas, como é caso do FENE-P.

No primeiro grupo de alterações pode-se pensar nas seguintes possibilidades:

- i) no actual modelo do tipo k - ε , o fecho da tensão pseudo-elástica foi deduzida desprezando o seu efeito no balanço de k , o que é manifestamente contraditório e merece ser reanalisado;
- ii) é óbvia a vantagem em avançar para um modelo das tensões de Reynolds em alternativa ao modelo anisotrópico;
- iii) no âmbito de um modelo das tensões de Reynolds é necessário analisar em profundidade o impacto do termo de deformação-pressão (pressure-strain);
- iv) em qualquer dos casos, o desenvolvimento de qualquer modelo beneficiaria se se considerar também outros tipos de escoamento, tais como escoamentos em expansão súbita, para os quais já existem dados experimentais com os mesmos fluidos.

Qualquer uma destas hipóteses é claramente desvantajosa pois baseia-se numa equação constitutiva que não é verdadeiramente viscoelástica. Há, assim, todo o interesse em desenvolver de raiz uma família de modelos a partir de uma equação reológica para soluções diluídas de polímeros que possa também beneficiar de resultados de investigação por DNS. Naturalmente, que para aplicações de engenharia deve procurar-se obter modelos de fecho localizados.

Bibliografia

1. F. T. Pinho 2003. *A GNF framework for turbulent flow models of drag reducing fluids and proposal for a k-e type closure*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 114, 149-184.
2. D. O. A. Cruz e F. T. Pinho 2003. *Turbulent pipe flow predictions with a low Reynolds number k-e model for drag reducing fluids*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 114, 109-148.
3. D. O. A. Cruz, F. T. Pinho e P. R. Resende 2004. *Modeling the new stress for improved drag reduction predictions of viscoelastic pipe flow*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 121, 127-141.
4. P. R. Resende, M. P. Escudier, F. Presti, F. T. Pinho e D. O. A. Cruz 2004. *Numerical predictions and measurements of Reynolds normal stresses in turbulent pipe flow of polymers*. Artigo submetido ao Int. Journal of Heat and Fluid Flow.
5. D. W. Dodge e A. B. Metzner 1959. *Turbulent flow of Non-Newtonian systems*. AIChE Journal, 5 (2), 189-204.
6. A. B. Metzner e G. Park 1964. *Turbulent flow characteristics of viscoelastic fluids*. Journal of Fluid Mechanics, 20 (2), 291-303.
7. P. S. Virk, H. S. Micley e K. A. Smith 1970. *The ultimate asymptote and mean flow structure in Tom's phenomenon*. Journal of Applied Mechanics, 92 (Junho), 488-493.
8. J. W. Hoyt 1972. *The effect of additives on fluid friction*. ASME Journal of Basic Engineering, 94, 258-285.
9. P. S. Virk 1975. *Drag reduction fundamentals*. AIChE Journal, 21, 625-656.
10. A. Gyr e H. W. Bewersdorff 1995. *Drag Reduction of Turbulent Flows by Additives*. Kluwer Academic Publishers.
11. T. Mizushima, H. Usui e T. Yoshida 1973. *Turbulent pipe flow of dilute polymer solutions*. Journal Chem. Eng. Japan, 7 (3), 162-167.
12. F. Durst e A. K. Rastogi 1977. *Calculations of turbulent boundary layer flows with drag reducing polymer additives*. Physics of Fluids, 20 (12), 1975-1985.

13. M. Poreh e S. Hassid 1977. *Mean velocity and turbulent energy closures for flows with drag reduction*. Physics of Fluids, 20 (10), 193-196.
14. S. Hassid e M. Poreh 1978. *A turbulent energy dissipation model for flows with drag reduction*. Journal of Fluids Engineering, 100, 107-112.
15. R. Sureshkumar, A. N. Beris e R. A. Handler 1997. *Direct numerical simulation of the turbulent channel flow of a polymer solution*. Physics of Fluids, 9 (3), 743-755.
16. C. D. Dimitropoulos, R. Sureshkumar, A. N. Beris e R. A. Handler 2001. *Budgets of Reynolds stress, kinetic energy and streamwise entropy in viscoelastic turbulent channel flow*. Physics of Fluids, 13 (4), 1016-1027.
17. S. Politis 1989. *Turbulence modelling on inelastic power-law fluids*. Relatório interno, Departament of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, Tecnology and Medicine, London, UK.
18. M. R. Malin 1997. *Turbulent pipe flow of power-law fluids*. Int. Commun. Heat Mass Transfer, 24 (7), 977-988.
19. M. R. Malin 1998. *Turbulent pipe flow of Herschel-Bulkley fluids*. Int. Commun. Heat Mass Transfer, 25 (3), 321-330.
20. D. O. A. Cruz, C. E. Maneschy e E. N. Macedo 2000. *A turbulence model for computing the flow of power law fluids within circular tubes*. Hybrid Methods of Engineering, 2, 1-13.
21. T. S. Park, H. J. Sung e K. Suzuki 2003. *Development of a nonlinear near-wall turbulence model for turbulent flow and heat transfer*. Int. Journal of Heat and Fluid Flow, 24, 29-40.
22. F. Presti 2000. *Investigation of transitional and turbulent pipe flow of non-Newtonian fluids*. Tese de doutoramento, University of Liverpool, UK.
23. J. L. Lumley 1977. *Drag reduction in two-phase and polymer flows*. Physics of Fluids, 20, 64.
24. T. S. Luchik e W. G. Tiederman 1988. *Turbulent structure in low-concentration drag-reducing channel flows*. Journal of Fluid Mechanics, 190, 241-263.

25. H. Massah e T. J. Hanratty 1997. *Added stresses because of the presence of FENE-P bead-spring chains in a random velocity field*. Journal of Fluid Mechanics, 337, 67-101.
26. P.K. Ptasinski, F.T.M. Nieuwstadt, B.H.A.A. Van Den Brule e M.A. Hulsen 2001. *Experiments in turbulent pipe flow with polymer additives at maximum drag reduction*. Flow, Turbulence and Combustion, 66, 159-182.
27. F. T. Pinho e J. W. Whitelaw 1990. *Flow of non-Newtonian fluids in a pipe*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 34, 129-144.
28. A. S. Pereira e F. T. Pinho 1994. *Turbulent pipe flow characteristics of low molecular weight polymer solutions*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 55, 321-344.
29. M. P. Escudier, F. Presti e S. Smith 1999. *Drag reduction in the turbulent pipe flow of polymers*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 81, 197-213.
30. M. D. Warholic, H. Massah e T. J. Hanratty 1999. *Influence of drag reducing polymers on turbulence: effects of Reynolds number, concentration and mixing*. Experiments in Fluids, 27, 461-472.
31. H. Massah, K. Kontomaris, W. R. Schowalter e T. J. Hanratty 1993. *The configurations of a FENE bead-spring chain in transient rheological flows and in a turbulent flow*. Physics of Fluids, 5 (4), 881-890.
32. J. M. J. Den Toonder, F. T. M. Nieuwstadt e G. D. C. Kuiken 1995. *The role of elongational viscosity in the mechanism of drag reduction by polymer additives*. Applied Scientific Research, 54, 95-123.
33. J. M. J. Den Toonder, M. A. Hulsen, G. D. C. Kuiken e F. T. M. Nieuwstadt 1997. *Drag reduction by polymer additives in a turbulent pipe flow: numerical and laboratory experiments*. Journal of Fluid Mechanics, 337, 193-231.
34. P. Orlandi 1995. *A tentative approach to the direct simulation of drag reduction by polymers*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 60, 277-301.
35. W. P. Jones e B. E. Launder 1973. *The calculation of a low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence*. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 16, 1119-1130.

36. J. Laufer 1954. *The structure of turbulence in fully developed pipe flow*. NACA Report, 1174.
37. C. D. Dimitropoulos, R. Sureshkumar e A. N. Beris 1998. *Direct numeric simulation of viscoelastic turbulent channel flow exhibiting drag reduction: effect of variation of rheological parameters*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 79, 433-468.
38. T. J. Craft, B. E. Launder e K. Suga 1997. *Prediction of turbulent transitional phenomena with a nonlinear eddy-viscosity model*. Int. Journal of Heat and Fluid Flow, 18, 15-28.
39. D. D. Aspley e M. A. Leschziner 1998. *A new low-Reynolds-number nonlinear two-equation turbulence model for complex flows*. Int. Journal of Heat and Fluid Flow, 19, 209-222.
40. G. H. Rhee e H. J. Sung 2000. *A nonlinear low-Reynolds number heat transfer model for turbulent separated and reattaching flows*. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 43, 1439-1448.
41. Y. Nagano e M. Hishida 1987. *Improved form of the k-e model for wall turbulent shear flows*. Journal of Fluids Engineering, 109, 156-160.
42. H. Tennekes e J. L. Lumley 1972. *A First Course in Turbulence*. MIT Press.
43. Y. Nagano e M. Shimada 1993. *Modeling the dissipation-rate equation for two-equation turbulence model*. in Ninth symposium on "Turbulent shear flows". Kyoto, Japan.
44. T. S. Park e H. J. Sung 1995. *A nonlinear low-Reynolds-number k-e model for turbulent separated and reattaching flows-I. Flow field computations*. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 38 (14), 2657-2666.
45. B.A. Younis 1987. *A computer programme for two-dimensional turbulent boundary layer flow*. Relatório interno, Departament of Civil Engineering, City University, London, UK.
46. B. Purnode e M. J. Crochet 1998. *Ploymer solution characterization with the FENE-P model*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 77, 1-20.

47. P.K. Ptasinski, B.J. Boersma, F.T.M. Nieuwstadt, M.A. Hulsen, B.H.A.A. Van Den Brule e J.C.R. Hunt 2003. *Turbulent channel flow near maximum drag reduction: simulation, experiments and mechanisms*. Journal of Fluid Mechanics, 490, 251-291.
48. F. Durst, J. Jovanovic e J. Sender 1995. *LDA measurements in the near-wall region of turbulent pipe flow*. Journal of Fluid Mechanics, 295, 305-335.
49. J. Kim, P. Moin e R. Moser 1987. *Turbulence statistics in a fully developed channel flow at low Reynolds number*. Journal of Fluid Mechanics, 177, 133-166.
50. R. D. Moser, J. Kim e N. N. Mansour 1987. *Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau=590$* . Physics of Fluids, 11 (4), 943-945.
51. J. W. Hoyt e R. H. Sellin 1993. *Scale effects in polymer solution pipe flow*. Experiments in Fluids, 15, 70-74.